
Modulation der Zahneingriffsschwingungen von Planetengetrieben

Autor: Daniel Fritz Plöger

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Stephan Rinderknecht



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Plöger, Daniel Fritz

Modulation der Zahneingriffsschwingungen von Planetengetrieben

Darmstadt, Technische Universität Darmstadt

Jahr der Veröffentlichung der Dissertation auf TUpriints: 2020

urn:nbn:de:tuda-tuprints-113295

Veröffentlicht unter CC-BY-NC-ND 4.0 International

<https://creativecommons.org/licenses/>

Eine gebundene Ausgabe ist bei der Shaker Verlag GmbH, Düren erhältlich.

Modulation der Zahneingriffsschwingungen von Planetengetrieben

Am Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Darmstadt
zur
Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

Dissertation

vorgelegt von
Daniel Fritz Plöger, M.Sc.
aus Darmstadt

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Stephan Rinderknecht
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Eckhard Kirchner
Tag der Einreichung:	23.07.2019
Tag der mündlichen Prüfung:	19.11.2019

Darmstadt 2019
D17



Danksagung

Die vorliegende Dissertation entstand im Rahmen meiner Tätigkeit am Institut für Mechatronische Systeme im Maschinenbau (IMS). Ich möchte mich bei allen Institutsangehörigen für das – sowohl persönlich als auch wissenschaftlich – ausgezeichnete Miteinander am Institut herzlich bedanken. Besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Stephan Rinderknecht. Auch gegenüber meinen Kollegen Philipp Zech, Jens Jungblut, Philipp Erler und Christian Fischer bin ich besonders zu Dank verpflichtet. Im Rahmen meiner Forschungen habe ich auch von meinen Industriepartnern stets Unterstützung erhalten. Hier möchte ich mich bei Herrn Blutke und Herrn Felscher bedanken. Für die Unterstützung weit über den vereinbarten Rahmen hinaus danke ich Herrn Fischer. Meinem Zweitgutachter Herrn Prof. Dr.-Ing. Eckhard Kirchner danke ich für seine intensive Auseinandersetzung mit meinen Forschungsergebnissen. Abschließend möchte ich auch meinen Eltern danken, die mir den Wert der Wissenschaft schon früh begreifbar gemacht haben.

Kurzfassung

Planetengetriebe zeigen, im Gegensatz zu Standgetrieben, hochgradig modulierte Schwingungen. Aus der existierenden Literatur ergeben sich hierfür zwei verschiedene Erklärungen. Besonders in Luftfahrtanwendungen lässt sich die Modulation auf eine zeitliche Fluktuation der beteiligten Übertragungspfade zurückführen. Allerdings finden sich hierzu auch Gegenbeispiele in der Literatur, besonders für kleinere Industriegetriebe. Eine alternative Erklärung sieht die Ursache der Modulation in den resultierenden Kräften an den zentralen Gliedern der Planetengetriebe. Der Umfang der Experimente in der Literatur ist jedoch eher gering. Deshalb ist es das Ziel dieser Arbeit, die Schwingungen kleiner marktüblicher Servo-Planetengetriebe zu untersuchen.

Im ersten Schritt dieser Dissertation wird ein Versuchsaufbau entwickelt, welcher Prüfgetriebe bei definierter Drehzahl, Last und Temperatur betreiben kann. Zudem ermöglicht der Aufbau es, alle Wellen präzise auszurichten, um ungewollte Störungen zu vermeiden. Der Prüfstand verfügt über eine Reihe von Sensoren: Beschleunigungsaufnehmer, Kraftmesszellen, inkrementelle Winkelgeber und weitere Instrumente. Sechs verschiedene Getriebetypen stehen zur Verfügung, wobei für den am intensivsten untersuchten Getriebetypen sechs identische Prüfgetriebe existieren. Dabei wird deren Mikrogeometrie vor dem ersten Zusammenbau gemessen.

Die aufgezeichneten Schwingungssignale der Planetengetriebe werden mittels zweier Methoden untersucht, welche sich beide auf eine Ordnungserlegung stützen. Zunächst wird ein dynamisches Modell der untersuchten Getriebe identifiziert. Dabei können mehrere ausgeprägte Resonanzen beobachtet werden. Alle identischen Prüfgetriebe zeigen ähnliche Eigenfrequenzen, aber die Modulation schwankt deutlich. Zudem liegen für die einzelnen Resonanzen unterschiedliche Modulationen vor. Deshalb wird eine zweite Methode mit dem Ziel, die Modulation der einzelnen Prüfgetriebe zu charakterisieren, entwickelt. Alle Schwingungen werden dabei zu einer Schwingungssignatur aggregiert.

Die Ergebnisse zeigen eindeutige Schwingungssignaturen der individuellen Prüfgetriebe mit drei charakteristischen Merkmalen. Eine Komponente der Schwingungen ist synchron mit dem Planetenträger moduliert, eine weitere synchron mit dem Sonnenrad. Zusätzlich kann ein unmodulierter Anteil vorliegen. Unerwarteterweise ergibt sich keine Korrelation zwischen den Fertigungsabweichungen und der Modulation. Allerdings zeigt ein zusätzliches Experiment einen deutlichen Einfluss des Montagevorgangs. Dadurch eingebrachte geometrischen Abweichungen lassen sich mit üblichen Messmaschinen nicht erfassen.

Aus diesem Grund wird ein numerisches Mehrkörpermodell der Getriebe entwickelt. Mit diesem können zufällig verteilte geometrische Abweichungen in den Lagern definiert werden. Eine Korrelationsanalyse der simulierten Schwingungssignaturen und der geometrischen Abweichungen zeigt, dass die drei Modulationsarten einzelnen Ursachen zuzuordnen sind. Dabei ist der unmodulierte Anteil der Schwingungssignale von besonderem Interesse, weil er einen Doppelflankenkontakt anzeigt. Hierbei übertragen Links- und Rechtsflanken der Zähne gleichzeitig Kräfte, was unerwünscht ist.

Abstract

Planetary gearboxes exhibit highly modulated vibration, which cannot be observed in fixed-axis gearboxes. From the existing research, two contradicting descriptions can be obtained. For planetary gearboxes used in aircraft engines, the modulation may be explained by a time varying transfer path. However, the literature also contains counterexamples to this theory, particularly in the case of small to medium sized industrial planetary gearboxes. An alternative hypothesis explains the modulation by the existence of a resulting force on the central members of the planetary gearbox. The amount of experimental data concerning the modulation of gear mesh vibration is however limited. Therefore, the objective of this thesis is to investigate the vibration of small commodity planetary gearboxes designed for servo drive applications.

In the first step of this investigation, an experimental setup is developed. The test rig can drive a planetary gearbox specimen at defined speed, torque and temperature. It allows for precisely aligned shafts in order to prevent any uncontrolled disturbance. In addition, the test rig uses extensive instrumentation consisting of accelerometers, force transducers, incremental encoders and auxiliary sensors. Six different gearbox designs are tested. For the most intensively investigated type, six identical specimens exist. The micro-geometry of these is measured before their initial assembly.

The experimentally recorded vibration of the gearboxes is processed using two different methods, which both rely on order tracking. At first, a model of the dynamics of each specimen is identified. Several pronounced resonances can be observed from the experimental data. All specimens yield similar natural frequencies, but the modulation varies noticeably. In addition, each resonance shows a different modulation. Therefore, a second method is developed with the aim of characterizing the modulation of a given gearbox specimen. All vibration data is aggregated to a vibration signature.

The experimental results show that the vibration signature is indeed specific for an individual specimen. In addition, three distinct features can be observed in the modulation. One component of the vibration signals is modulated synchronously with the planet carrier and a second synchronously with the sun gear. Furthermore, unmodulated vibration may also be present. Unexpectedly, no correlation between the manufacturing errors and the modulation can be shown. However, an additional experiment shows that the influence of the assembly process is evident. The geometrical deviations introduced during assembly cannot be measured using established measurement devices.

Therefore, a numerical multi-body model of the gearbox is developed. Using this model, geometrical errors are defined in the bearings and distributed randomly. Correlation analysis of the simulated vibration signatures and the geometrical deviations shows that the three features observed in the modulation may be linked to individual causes. The unmodulated part of the vibration signals is of particular interest, because it indicates a double flank meshing condition. Here, left and right flanks of the meshing teeth transmit a contact force simultaneously, which is undesirable.

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	v
Kurzfassung	vi
Abstract	vii
Abbildungsverzeichnis	x
Tabellenverzeichnis	xiii
Symbolverzeichnis	xiv
1 Einleitung	1
1.1 Aufbau der Arbeit	2
1.2 Grundbegriffe dieser Arbeit	3
2 Stand der Technik	11
2.1 Modulation der Schwingungen von Planetengetrieben in der Literatur . .	13
2.2 Resonanzen in Planetengetrieben	18
2.3 Identifikation modaler Parameter in Planetengetrieben	22
2.4 Abgrenzung zu verwandten Forschungsfeldern	25
2.5 Forschungsfragen	26
3 Aufbau und Ablauf der Experimente	29
3.1 Untersuchte Getriebe	29
3.2 Aufbau des Prüfstands	33
3.3 Kupplungen und Wellenausrichtung	39
3.4 Ablauf der Experimente	43
4 Methoden zur Analyse der Messdaten	47
4.1 Ordnungszerlegung	47
4.2 Analyse der Dynamik	54
4.3 Berechnung der Schwingungssignatur	74
5 Experimentelle Ergebnisse	87
5.1 Ergebnisse der Signaturanalyse	87

5.2	Vergleich mit der Literatur	93
5.3	Mögliche Einflussfaktoren	97
6	Numerische Simulation	105
6.1	Simulationsmodell	105
6.2	Durchführung der numerischen Studie	114
6.3	Interpretation der Simulation	118
7	Zusammenfassung und Ausblick	125
7.1	Zusammenfassung	125
7.2	Ausblick	129
A	Experimentelle Ergebnisse anderer Autoren	131
B	Ergänzende Abbildungen	137
C	Literaturverzeichnis	140

Abbildungsverzeichnis

1.1	Komponenten eines einfachen Planetengetriebes.	4
1.2	Beschleunigungen im Zeitbereich, Frequenzbereich und Ordnungsbereich.	7
1.3	Funktionsweise evolventenverzahnter Zahnräder.	9
3.1	Zur Verfügung stehende Getriebe.	30
3.2	Zentrale Komponenten des Prüfstands.	35
3.3	Anordnung der Schwingungssensoren.	37
3.4	Fehlausrichtung zweier Wellen.	40
3.5	Gemessene Fehlausrichtungskräfte verschiedener Kupplungstypen.	43
3.6	Ablaufplan der Versuche.	45
4.1	Einzelschritte der Ordnungszerlegung.	52
4.2	Fourier-Koeffizienten höherer Ordnungen.	54
4.3	Ordnung 85 der Signals v_{az1} aus einem einfachen Versuchsplan.	55
4.4	Modellvorstellung der Schwingungsausbreitung.	57
4.5	Ordnungen 79 bis 89 des normierten Schwingungssignal v_6	62
4.6	Gegenbeispiele, die die Notwendigkeit einer Glättung begründen.	65
4.7	Interpolation des Zwischenmodells.	68
4.8	Stabilisierungsdiagramm für das Prüfgetriebe A4.	69
4.9	Parametrische Modellanpassung.	71
4.10	Für Getriebetyp A verwendeter Versuchsplan.	76
4.11	Schwingungssignaturen der ersten fünf Ordnungsumgebungen.	78
4.12	Boxplots der Fourier-Koeffizienten ausgewählter Schwingungssignale.	79
4.13	Verteilungsfunktion der Beträge aller Elemente der Datenmatrix.	82
4.14	Singulärvektoren im Vergleich mit der Schwingungssignatur.	85
5.1	Signaturen der Getriebe A1 bis A6.	88
5.2	Unterschiedliche Partitionierungen des Versuchsplans.	89
5.3	Schwingungssignaturen aller untersuchten Getriebetypen.	91
5.4	Modulation und Verdrehspiel – ein Zusammenhang?	98
5.5	Einfluss der Montage.	99
5.6	Exemplarische Geometrieabweichungen des Prüfgetriebes A1.	100
5.7	Modulation in Abhängigkeit des Rundlauffehlers.	102

6.1	Allgemeines Prinzip eines Bezugssystems.	106
6.2	Lagermodell der Simulation.	109
6.3	Zahneingriff am Außenradpaar Sonne/Planet.	111
6.4	Simulationsergebnisse eines einzelnen Planetengetriebes.	117
6.5	Stark überzeichnete Abweichungen.	119
6.6	Folge eines verschobenen Planetenträgers.	122
A.1	Modulation nach McFadden und Smith [57].	131
A.2	Modulation nach McNamara [58].	132
A.3	Modulation nach Inalpolat und Kahraman [35].	133
A.4	Modulation nach Feng und Zuo [24].	134
A.5	Modulation nach Parra und Vicuña [67].	135
A.6	Modulation nach Morikawa et al. [60].	136
B.1	Prüfstand in betriebsbereitem Zustand.	137
B.2	Detailansicht des Prüfstands.	137
B.3	Schwingungssignaturen der ersten fünf Ordnungsumgebungen.	138
B.4	Boxplots der Fourier-Koeffizienten aller Sensoren.	139





Tabellenverzeichnis

2.1	Experimentelle Ergebnisse der Literatur.	17
3.1	Technische Daten der untersuchten Getriebe.	31
3.2	Kernkomponenten des Prüfstands.	39
4.1	Identifizierte Eigenfrequenzen der Getriebe.	73
5.1	Vergleich beobachteter Ordnungen mit denen nach Inalpolat und Kahraman.	94
6.1	Modellparameter der Simulation.	114
6.2	Korrelationen zwischen geometrischer Abweichung und Modulation.	120

Symbolverzeichnis

Lateinische Formelzeichen

Symbol	Bedeutung	Wertebereich
a_k, b_k	Reelle Fourier-Koeffizienten der k -ten Ordnung	\mathbb{R}
c_k	Komplexer Fourier-Koeffizient der k -ten Ordnung	\mathbb{C}
$\tilde{c}_k^{(j)}$	Einzel-Rohwert des Fourier-Koeffizienten c_k	\mathbb{C}
$\mathbf{c}^{(j)}$	Zeilenvektor der Datenmatrix	$\mathbb{R}^{\{1 \times 21\}}$
$\mathbf{C}^{(j)}$	Teilmatrix der Datenmatrix	$\mathbb{R}^{\{200 \times 21\}}$
\mathbf{C}	Datenmatrix	$\mathbb{R}^{\{2600 \times 21\}}$
d	Abstandsmaß	\mathbb{R}
d_a	Kopfkreisdurchmesser	\mathbb{R}
d_b	Grundkreisdurchmesser	\mathbb{R}
d_R	Dämpfungskonstante, Rotation	\mathbb{R}
d_T	Dämpfungskonstante, Translation	\mathbb{R}
e	Eulersche Zahl	2, 718...
f	Frequenz	\mathbb{R}
f_{nom}	Nominelle Zahneingriffsfrequenz	\mathbb{R}
F_{cov}	Kovarianzfunktion des nicht-parametrischen Modells	\mathbb{R}
f_p	Teilungs-Einzelabweichung	\mathbb{R}
F_R	Rundlaufabweichung	\mathbb{R}
\hat{f}_Z	Amplitude einer Zahnkraft	\mathbb{R}
\mathbf{f}_D	Dämpfungskraft	\mathbb{R}^2
\mathbf{f}_L	Lagerkraft	\mathbb{R}^2
\mathbf{f}_Z	Zahnkraft	\mathbb{R}^2
g	Auslegungsparameter der Zähnezahlen	\mathbb{R}
H^j	Fiktive Übertragungsfunktion	\mathbb{C}
i	Imaginäre Einheit	$\sqrt{-1}$
i	Wirksame Übersetzung	\mathbb{Z}
i_{12}	Standübersetzung	\mathbb{Z}
j	Indexvariable	\mathbb{Z}
k	Ordnungszahl	\mathbb{Z}
k_L	Lagersteifigkeit	\mathbb{R}
k_{nom}	Nominelle Zahneingriffsordnung	\mathbb{Z}

k_z	Zahnsteifigkeit	\mathbb{R}
l	Indexvariable	\mathbb{Z}
L, \mathbf{l}	Angriffspunkt einer Lagerkraft	\mathbb{R}^2
m	Masse	\mathbb{R}
n	Anzahl	\mathbb{Z}
n_D	Anzahl der Zeilen der Datenmatrix	\mathbb{Z}
n_{FFT}	Anzahl der Stützstellen zur Ordnungszerlegung	\mathbb{Z}
n_m	Anzahl der Eigenfrequenzen des linearen Modells	\mathbb{Z}
n_q	Anzahl der Betriebspunkte des Versuchsplans	\mathbb{Z}
n_u	Anzahl voller Umdrehungen der Planetenträgers	\mathbb{Z}
N_A	Antriebsdrehzahl	\mathbb{R}
M_D	Dämpfungsmoment	\mathbb{R}
M_L	Lastmoment	\mathbb{R}
O, \mathbf{o}	Ursprung eines Bezugssystems	\mathbb{R}^2
p_k, p_r, p_w	Fehlausrichtungen	\mathbb{R}
P, \mathbf{p}	Schnittpunkt einer Evolvente mit der Eingriffsstrecke	\mathbb{R}^2
\mathbb{P}	Versuchsplan	
\mathbf{q}	Betriebspunkt	$\mathbb{R}^{(3 \times 1)}$
r_F, r_a, r_M	Referenzwerte zur Normierung der Schwingungssignale	\mathbb{R}
r_i	Einzelwert der Rundlaufmessung	\mathbb{R}
R_l^{jk}	Skalierungsfaktoren der Resonanzen inklusive Anregung	\mathbb{C}
s_k	Elemente der Schwingungssignatur	\mathbb{R}
\mathbf{s}	Schwingungssignatur	$\mathbb{R}^{(1 \times 21)}$
$\mathbf{s}^{(j)}$	Zeilenvektor der Signaturmatrix	$\mathbb{R}^{(1 \times 21)}$
\mathbf{S}	Signaturmatrix	$\mathbb{R}^{(2600 \times 21)}$
t	Zeit	\mathbb{R}
T, \mathbf{t}	Berührungspunkt einer Tangente am Grundkreis	\mathbb{R}^2
u	Fiktive Schwingungsanregung	\mathbb{R}
\hat{u}_k	Amplitude der Schwingungsanregung der Ordnung k	\mathbb{R}
U, \mathbf{u}	Startpunkt der Evolvente auf dem Grundkreis	\mathbb{R}^2
\mathbf{U}_s	Matrix der Linkssingulärvektoren	$\mathbb{R}^{(2600 \times 2600)}$
\mathbf{U}	Ordnungsumgebung	
v	Schwingungssignal	\mathbb{R}
\mathbf{V}_s	Matrix der Rechtssingulärvektoren	$\mathbb{R}^{(21 \times 21)}$
w	Weite der Ordnungsumgebung	\mathbb{Z}
\mathbf{v}	Vektor der normierten Schwingungssignale	$\mathbb{R}^{(15 \times 1)}$
\mathbf{v}'	Rechtssingulärvektor	$\mathbb{R}^{(21 \times 1)}$
\mathbf{v}_T	Einheitsvektor der gemeinsamen Tangente	\mathbb{R}^2
x, \mathbf{x}	Raumrichtung	\mathbb{R}^3
X_l^j	Skalierungsfaktoren der Resonanzen	\mathbb{C}

y, \mathbf{y}	Raumrichtung	\mathbb{R}^3
z, \mathbf{z}	Raumrichtung	\mathbb{R}^3
Z_1	Zähnezahl des Sonnenrads	\mathbb{Z}
Z_2	Zähnezahl des Hohlrads	\mathbb{Z}
Z_p	Zähnezahl der Planetenräder	\mathbb{Z}

Griechische Formelzeichen

Symbol	Bedeutung	Wertebereich
α	Formparameter der Kovarianzfunktion	\mathbb{R}
δ	Durchdringung	\mathbb{R}
δ_{jl}	Kronecker-Delta	$\{0, 1\}$
Δt	Schrittweite der zeitlichen Diskretisierung	\mathbb{R}
$\Delta \dot{\varphi}$	Teilung der Winkelgeschwindigkeiten des Planetenträgers	\mathbb{R}
$\Delta \omega$	Teilung der Kreisfrequenzen	\mathbb{R}
$\epsilon \dots$	Betrag einer geometrischen Abweichung	\mathbb{R}
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Multivariater zufälliger Fehler	\mathbb{R}^{21}
ζ	Argument der Verteilungsfunktion	\mathbb{R}
$\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\theta}$	Einheitsvektoren eines lokalen Bezugssystems	\mathbb{R}^2
Θ	Massenträgheitsmoment	\mathbb{R}
ϑ	Temperatur	\mathbb{R}
λ_l	Eigenwerte der linearen Übertragungsfunktionen	\mathbb{C}
μ	Mittelwert der Normalverteilung	\mathbb{R}
ξ	Wälzwinkel des Grundkreisbogens	\mathbb{R}
σ^2	Varianz der Normalverteilung	\mathbb{R}
$\sigma_{\mathbf{f}}^2$	Kovarianzniveau der Daten	\mathbb{R}
$\sigma_{\mathbf{s}}^2$	Varianz der Daten an sich	\mathbb{R}
$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{s}}$	Matrix der Singulärwerte	$\mathbb{R}^{\{2600 \times 21\}}$
φ	Winkel des Planetenträgers	\mathbb{R}
ψ	Rotationswinkel eines Körpers	\mathbb{R}
ω	Kreisfrequenz	\mathbb{R}
Ω	Längenmaßstab der Kreisfrequenz	\mathbb{R}



Notation

Symbol

Bedeutung

$\circ \text{---} \bullet$

Zeitbereich $\circ \text{---} \bullet$ Frequenzbereich

E

Erwartungswert

\mathcal{N}

Normalverteilung

P

Wahrscheinlichkeit



1 Einleitung

Planetengetriebe kommen in einer Vielzahl von Anwendungen und Branchen zum Einsatz. Baugröße, Leistungsfähigkeit und Kosten variieren dabei sehr stark zwischen den einzelnen Anwendungsgebieten. Besonders große Planetengetriebe finden sich in Windkraftanlagen, in denen sie häufig die langsamste von drei Getriebestufen stellen [81]. Das Drehmoment an der Eingangswelle großer Anlagen übersteigt typischerweise 1 MNm. Die Leistungsdichte, sowohl in Bezug auf die Masse als auch auf das Volumen der Getriebe, ist in dieser Anwendung aufgrund der geringen Rotordrehzahlen jedoch gering. In der Luftfahrt übertragen Planetengetriebe oftmals größere Leistungen. In dieser Branche kommen sie bislang vor allem in Helikopterantrieben und Turboprop-Triebwerken zum Einsatz. Ein zukünftig wachsendes Anwendungsfeld stellen sog. Geared Turbofans [12] dar. Medienberichten [20] zufolge entwickelt Rolls-Royce ein Getriebe mit einer Leistung von 75 MW, bei einem Durchmesser von 800 mm und einer Masse unter 1000 kg – was die Leistungsdichten der Windkraftgetriebe um mehrere Größenordnungen übersteigt.

Die meisten Anwendungen erfordern allerdings kleinere Momente und Leistungen. So sind Planetengetriebe häufig Bestandteil von Servoantrieben, welche etwa in der Verpackungsindustrie, der Automatisierungsbranche oder in Werkzeugmaschinen zum Einsatz kommen. Hierfür stehen eine Vielzahl von Planetengetrieben verschiedener Anbieter am Markt zur Verfügung. Gerade in Verpackungs- oder Werkzeugmaschinen liegt der Fokus nicht primär auf der Leistungsfähigkeit, sondern auf der Genauigkeit der Antriebe. So sollte z. B. beim Wechsel der Bewegungsrichtung das Verdrehspiel gering sein. Ein viertes großes Anwendungsfeld findet sich in der Automobilbranche. Planetengetriebe kommen in Fahrzeugantrieben zum Einsatz. Hier sind zunächst klassische Automatikgetriebe zu nennen; aber auch in Hybridfahrzeugen können Planetengetriebe vorteilhaft sein.

Diese weite Verbreitung von Planetengetrieben lässt sich auf deren besondere Eigenschaften zurückführen. Dadurch, dass sich Last auf mehrere Planeten aufteilt, ist die Leistungsdichte gegenüber gewöhnlichen Stirnradgetrieben deutlich erhöht. In vielen Anwendungen kann aufgrund der coaxialen Anordnung der Wellen Bauraum eingespart werden. Neben diesen quantitativen Vorteilen der Planetengetriebe können diese zudem zusätzliche Funktionen realisieren. Einfache Planetengetriebe besitzen drei mögliche An- oder Abtriebe, nämlich das Sonnenrad, den Planetenträger und das Hohlrads. Dadurch können sie als Summiergetriebe wirken oder eine Leistungsverzweigung realisieren. Ein bekanntes Beispiel für einen leistungsverzweigten Hybridantrieb findet sich im Toyota Prius [80]. Dieser kombiniert zwei elektrische Maschinen mit einem Verbrennungsmotor, deren Antriebsleistungen auf ein gemeinsames Planetengetriebe wirken.

Wie alle Zahnradgetriebe rufen auch Planetengetriebe im Betrieb Schwingungen hervor. Im Vergleich zu gewöhnlichen Stirnradgetrieben sind die erregten Schwingungen deutlich komplexer. Dies liegt zum einen daran, dass mehr Zahnräder beteiligt sind; zum anderen daran, dass die Achsen der Planetenräder im Getriebe umlaufen. Deshalb regen Planetengetriebe zusätzliche Frequenzen im Vergleich zu Standgetrieben an. Die Aufspaltung einer einzelnen Grundfrequenz in mehrere benachbarte Frequenzen wird im Allgemeinen und auch im Bezug auf Getriebeschwingungen als Modulation bezeichnet. Die bestehende Literatur beschreibt dieses Phänomen – allerdings nicht für alle Getriebe zufriedenstellend und auch nicht frei von Widersprüchen. Insbesondere für die Schwingungen der kleinen Planetengetrieben, wie sie vor allem in Servoantrieben Verwendung finden, liegt nur eine einzelne relevante Veröffentlichung durch Concli et al. [14] vor. Es ist das Ziel dieser Arbeit, diese Lücken im aktuellen Stand der Wissenschaft zu schließen. Anhand von typischen Servogetrieben sollen die übergeordneten Fragestellungen untersucht werden:

- Wie lassen sich die Schwingungen von kleinen Planetengetrieben beschreiben?
- Warum sind diese Schwingungen in charakteristischer Weise moduliert?
- Welche praktischen Konsequenzen lassen sich daraus ableiten?

1.1 Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit ist in mehrere, aufeinander aufbauende Kapitel gegliedert, die im Folgenden kurz vorgestellt werden. Kapitel 1 ordnet die Themen dieser Dissertation in einen allgemeinen Kontext ein. Im Anschluss an den Überblick über den Aufbau der Ausarbeitung folgt eine Vorstellung einiger Grundbegriffe. Dies erleichtert den Lesenden das Verständnis des Kapitels 2, welches die vorliegende Literatur diskutiert. Ein besonderer Schwerpunkt liegt dabei auf der Analyse der Konsistenz des Stands der Forschung, woraus sich die zentralen Forschungsfragen dieser Dissertation ergeben.

Das anschließende Kapitel 3 beschreibt die durchgeführten Experimente und beginnt mit einer Diskussion der verwendeten Prüfgetriebe. Es folgt eine Vorstellung des verwendeten Prüfstands, die sich in Beschreibungen der konstruktive Gestaltung, der Wahl der elektrischen Maschinen und der Sensorik gliedert. Eine besondere Fähigkeit des Prüfstands ist es, eine besonders genaue Ausrichtung der Wellenkupplungen zu ermöglichen. Das Kapitel schließt mit einer Beschreibung der Versuchsabläufe.

Kapitel 4 weist den größten Umfang auf und ist in drei Abschnitte gegliedert. Der erste Abschnitt 4.1 definiert eine Ordnungszzerlegung der aufgezeichneten Signale, welche die Grundlage der weiteren Analysen bildet. Der nachfolgende Abschnitt 4.2 erarbeitet dann ein dynamisches Modell der untersuchten Getriebe, wobei der Grundgedanke der Betriebsmodalanalyse verfolgt wird. Alternativ zu diesem Modell zeigt Abschnitt 4.3 einen Ansatz geringerer Komplexität, welcher die gemessenen Schwingungen zu einer

Schwingungssignatur aggregiert. Die Diskussion der Ergebnisse dieser Methoden findet sich dann in Kapitel 5. Hierbei werden zunächst Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Prüfgetriebe betrachtet, um einen Vergleich mit den Aussagen der bestehenden Literatur vorzunehmen. Abschließend folgt eine Analyse möglicher Ursachen der experimentell ermittelten Schwingungssignaturen.

Ergänzend zu den experimentellen Methoden zeigt Kapitel 6 eine numerische Simulation der Getriebebeschwingungen. Aufbauend auf der formalen Definition des Simulationsmodells folgen eine Beschreibung der berechneten Simulationsläufe und eine Korrelationsanalyse der numerischen Ergebnisse. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf weiterführende Forschungsthemen in Kapitel 7.

1.2 Grundbegriffe dieser Arbeit

Das anschließende Kapitel 2 analysiert die relevante Literatur im Detail, um daraus die Forschungsfragen dieser Dissertation abzuleiten. Eine eingehende Analyse erfordert jedoch zunächst eine Vorbereitung, welche die zentralen Begriffe und Konzepte klärt. Dies dient zum einen dazu, die zum Verständnis nötigen Grundlagen zu schaffen. Zum anderen benutzen die unterschiedlichen Autoren zentrale Begriffe nicht immer einheitlich, weshalb präzise Aussagen in einigen Fällen nur anhand einer expliziten Definition der genutzten Begriffe möglich sind. Der Gebrauch und die Bedeutung einzelner Begriffe sind dabei stets an den Anforderungen der jeweiligen Untersuchung zu orientieren. Diese Ausarbeitung versucht, Definitionen der einschlägigen Literatur – wann immer möglich – zu übernehmen. In der deutschsprachigen Literatur hat sich das Werk von Müller [61] als einflussreich erwiesen und auch teilweise Niederschlag in der VDI Richtlinie 2157 [96] gefunden. Dennoch bestehen bereits zwischen diesen beiden Quellen Unterschiede, z. B. in der Verwendung von Abkürzungen und Indizes.

Zunächst ist der Begriff **Planetengetriebe** zu klären. An dieser Stelle soll die relevanteste Konfiguration erläutert werden. Abbildung 1.1 zeigt eine schematische Darstellung des in den folgenden Kapiteln am intensivsten untersuchten Getriebes. Es besteht aus den Komponenten **Sonnenrad** (1), **Planetenträger** (S)¹, **Planetenrädern** (P) und **Hohlrad** (2), wobei die Symbole 1, 2, S und P in Einklang mit Müller gewählt sind. In der untersuchten Konfiguration wird das Sonnenrad angetrieben. Der Planetenträger bildet den Abtrieb des Getriebes, wobei Planetenträger und Sonnenrad gleichsinnig rotieren. Das Hohlrad ist über das nicht dargestellte Gehäuse fest mit der Umgebung verbunden, was durch eine Schraffur angedeutet ist. Da das Hohlrad feststeht, besitzt das Getriebe einen verbleibenden Bewegungsfreiheitsgrad. Im Rahmen dieser Arbeit wird zur Beschreibung der Bewegung der Planetengetriebe stets der **Winkel des Planetenträgers** φ herangezogen.

Der beschriebene Betriebsmodus, in dem das Hohlrad feststeht, ist nicht die einzige Möglichkeit, den dargestellten Radsatz zu verwenden. Alternativ könnten auch das Sonnenrad

¹Das Symbol S bezieht sich auf die alternative Bezeichnung des Planetenträgers als Steg.

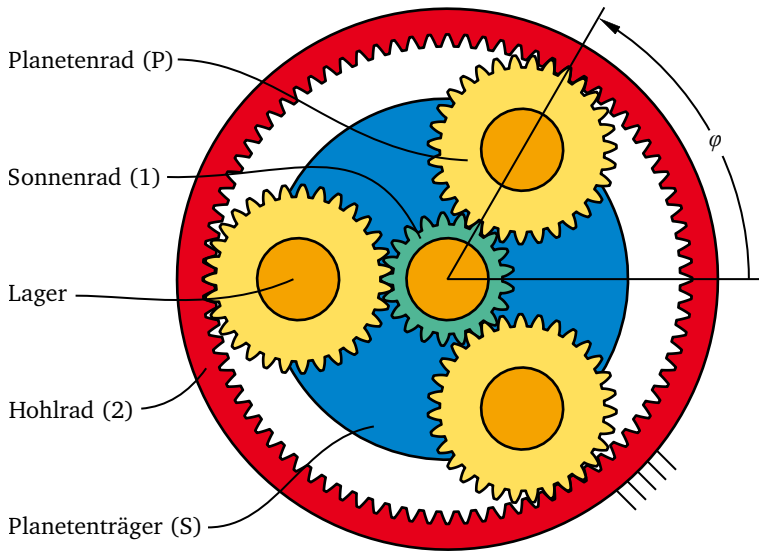


Abbildung 1.1: Komponenten eines einfachen Planetengetriebes.

oder der Planetenträger festgehalten werden, um zu einer eindeutigen Getriebeübersetzung zu gelangen. Auch ein Dreiwellenbetrieb, bei dem keines der Getriebeglieder feststeht, ist möglich und führt zu einer Leistungsverzweigung oder -zusammenführung. Die Literatur behandelt den Fall eines feststehenden Planetenträgers als Grundlage der kinematischen Analyse und spricht dann von einem Standgetriebe. Die Standübersetzung

$$i_{12} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (1.1)$$

des dargestellten Getriebes ist dabei negativ, was bedeutet, dass sich Hohlrad und Sonnenrad stets in entgegengesetzter Richtung bewegen würden, hielte man den Planetenträger fest. Um das negative Vorzeichen der Standübersetzung zu realisieren, ist die Zähnezahls des Hohlraads Z_2 der Konvention nach negativ, während das außenverzahnte Sonnenrad die positive Zähnezahls Z_1 aufweist. Nach Müller ist das Getriebe aufgrund der negativen Standübersetzung als Minusgetriebe zu klassifizieren. In Abgrenzung zur theoretischen Standübersetzung i_{12} weist das dargestellte Getriebe die im tatsächlichen Betriebsmodus

wirksame **Getriebeübersetzung**

$$i = 1 - i_{12} = 1 - \frac{-84}{21} = 5 \quad (1.2)$$

auf. Im Folgenden ist, falls nicht explizit gekennzeichnet, der Betriebsmodus eines angetriebenen Sonnenrads bei feststehendem Hohlrad implizit vorausgesetzt. Neben der gezeigten Bauform des Planetengetriebes existieren eine Reihe alternativer Umlaufgetriebe, deren erschöpfende Analyse jedoch den Umfang dieser Einführung sprengen würde.

Die **Zahneingriffsschwingungen** werden dadurch hervorgerufen, dass die Zahnräder im Betrieb fortlaufend mit ihren Gegenrädern kämmen. Ein Zahn gerät dabei mit einem Gegenzahn in Kontakt, überträgt eine i. A. nicht konstante Zahnkraft und verliert den Kontakt zum Gegenzahn wieder. Im dargestellten Planetengetriebe findet dieses Kämmen an insgesamt sechs verschiedenen Stellen statt, wobei auf jedes Planetenrad zwei Eingriffsbereiche entfallen. Jedes Planetenrad kämmt gleichzeitig mit dem Sonnenrad und dem Hohlrad. Die beiden zugehörigen Wälzpunkte befinden sich dabei im rotierenden Bezugssystem des Planetenträgers an fester Stelle. Bewegt man sich gedanklich mit dem Planetenträger mit, so stehen die Achsen aller Zahnräder fest und man beobachtet die Standübersetzung i_{12} anstatt der tatsächlichen Übersetzung i . Dieser gedankliche Perspektivwechsel ändert allerdings nichts am Kämmen der Zahnräder. Die Zähne jedes einzelnen Planeten überstreichen die jeweiligen Wälzpunkte mit der gleichen Frequenz. Diese soll im Folgenden als **nominelle Zahneingriffsfrequenz** bezeichnet werden. Sie ist unabhängig von der Wahl des Bezugssystem, da sie das tatsächliche Aufeinandertreffen der Zähne beschreibt. Komplexer aufgebaute Planetengetriebe können mehr als eine Zahneingriffsfrequenz aufweisen. Solange das betrachtete Getriebe nur einen Gesamtfreiheitsgrad aufweist und eine eindeutige kinematische Beziehung zwischen allen Wellen besteht, steht auch das Kämmen aller Zahnräder in einer festen Beziehung – selbst wenn in komplexeren Getrieben mehrere Zahneingriffsfrequenzen vorliegen. Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Beschreibung der Schwingungen betrachtet stets den Fall einer einzigen nominellen Zahneingriffsfrequenz. Für das Vorliegen mehrerer, gekoppelter Zahneingriffsfrequenzen erhöht sich die Komplexität der mathematischen Beschreibung. Allerdings entstehen keine grundlegend neuen Phänomene in Bezug auf die Schwingungsanregung und -fortpflanzung, weshalb die Untersuchung von Stufenplaneten, Doppelplaneten, gestufter Sonnenräder oder allgemeiner Mehrstufigkeit für diese Dissertation nicht von Interesse ist.

Bei der Analyse gemessener **Schwingungssignale** ist der Begriff der **Ordnung** von zentraler Bedeutung. Signale lassen sich entweder im Zeitbereich oder im Frequenzbereich betrachten, welche durch mathematische Transformationen ineinander überführbar sind. Diese Dissertation greift dabei auf die Fourier-Transformation zurück. Der Frequenzbereich lässt sich in den Ordnungsbereich überführen, indem man alle Frequenzen auf eine Referenz bezieht. Dies soll im Folgenden anhand der nominellen Zahneingriffsfrequenz

bzw. der **nominellen Zahneingriffsordnung** verdeutlicht werden. Wenn der Planetenträger eine volle Umdrehung vollzieht, muss jedes Planetenrad jeden Zahn des Hohlrads genau einmal überrollen. Somit ergibt sich die nominelle Zahneingriffsfrequenz

$$f_{\text{nom}} = \frac{1}{2\pi} |Z_2| \dot{\varphi} \quad (1.3)$$

aus der Zähnezahzahl des Hohlrades Z_2 und der Winkelgeschwindigkeit des Planetenträgers $\dot{\varphi}$.

Anhand von Gleichung (1.3) wird deutlich, dass die nominelle Zahneingriffsfrequenz von einer Konstante, der Zähnezahzahl des Hohlrads, und der Winkelgeschwindigkeit des Planetenträgers abhängt, welche als Referenz zu interpretieren ist. Die Wahl des Planetenträgers ist streng genommen willkürlich, weil aufgrund der festen kinematischen Beziehung aller Getriebeglieder zueinander jedes bewegte Getriebeglied als Referenz geeignet ist. Der Winkel des Planetenträgers φ ist einerseits messtechnisch gut zugänglich und andererseits auch für die Herleitung der mathematischen Modelle der folgenden Kapitel gut geeignet – weshalb ausschließlich dieses Referenzsignal im Rahmen dieser Ausarbeitung genutzt wird. Hierbei ist zunächst die Ordnungszahl

$$k = \frac{2\pi f}{\dot{\varphi}} \quad (1.4)$$

einzuführen. Sie nimmt im Ordnungsbereich die Rolle ein, welche die Frequenz f für den Frequenzbereich hat. Die erste Ordnung einer Schwingung ist der Anteil, welcher die gleiche Frequenz wie die Referenz besitzt. Die zweite Ordnung bezeichnet dann den Anteil der Gesamtschwingung, der die genau doppelte Frequenz der Referenz ausweist; die höheren Ordnungen folgen analog. Je nach Wahl der Referenz können auch Ordnungen nicht-ganzzahliger Ordnungszahlen k vorliegen. Aufgrund der Eigenschaften der untersuchten Getriebe und der Wahl des Planetenträgers als Referenz kommen in dieser Dissertation ausschließlich ganzzahlige Ordnungszahlen vor. Mit der Definition (1.4) lässt sich die Aussage der Gleichung (1.3) im Ordnungsbereich in einfachster Form ausdrücken

$$k_{\text{nom}} = |Z_2| \quad , \quad (1.5)$$

worin k_{nom} die **nominelle Zahneingriffsordnung** als Analogon der nominellen Zahneingriffsfrequenz f_{nom} bezeichnet.

Die praktischen Vorteile einer Ordnungsdarstellung können anhand von Abbildung 1.2 aufgezeigt werden. In jeder der drei Ansichten ist die gleiche Information enthalten. Es sind zwei, bei verschiedenen Antriebsdrehzahlen, aber unter ansonsten identischen Bedingungen gemessene Beschleunigungssignale jeweils im Zeit-, Frequenz- und Ordnungsbereich dargestellt. Das oberste Diagramm trägt die Signale über der Zeit t auf, wobei es für die langsamere Geschwindigkeit eine volle Umdrehung des Planetenträgers zeigt. Im Zeitbereich sind lediglich die ungefähre Amplitude und Frequenz abzulesen, was nicht für eine

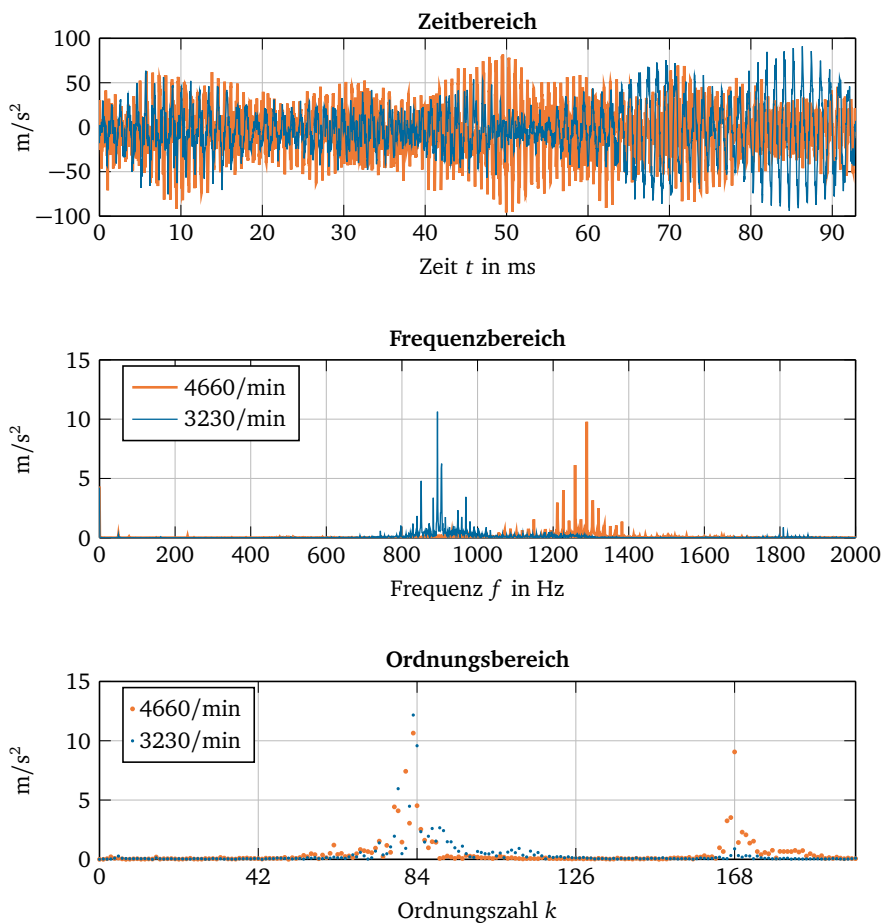


Abbildung 1.2: Aufgezeichnete Beschleunigungen im Zeitbereich, Frequenzbereich und Ordnungsbereich (von oben nach unten).

präzise Analyse ausreicht. In der mittleren Ansicht sind die Signale im Frequenzbereich dargestellt. Diese Darstellung ist deutlich differenzierter. Im Gegensatz zum Zeitbereich ist sofort ersichtlich, dass die Schwingungen einzelne, diskrete Frequenzen enthalten. Es ist allerdings nicht unmittelbar zu erkennen, welcher der einzelnen Anteile der nominellen Zahneingriffsfrequenz entspricht, bzw. ob diese überhaupt enthalten ist. Die Darstellung der Schwingungen im Ordnungsbereich ist einfacher zu interpretieren. Hier wird sofort ersichtlich, dass die nominelle Zahneingriffsordnung $k_{\text{nom}} = 84$ der beiden Signale, trotz vergleichbarer Gesamtamplitude, unterschiedlich stark ausgeprägt ist. Da Vergleiche dieser Art ein zentrales Thema der Dissertation darstellen, ist die **Ordnungszerlegung** eine grundlegende Methode dieser Arbeit.

Abbildung 1.2 zeigt, dass die Signale neben der Nominellen Zahneingriffsordnung weitere harmonische Anteile aufweisen, z. B. bei der Ordnungszahl 83. Dieser Sachverhalt wird als **Modulation** bezeichnet und ist für eine Vielzahl technischer Anwendungen relevant; wobei eine besondere Bedeutung für die Nachrichtentechnik vorliegt. Deshalb stammen viele Begriffe im Themenfeld der Modulation aus dieser Disziplin, sind aber für den Zweck der folgenden Untersuchungen nicht immer gut geeignet. Daher ist es nötig, die zentralen Begriffe aus dem Umkreis der Modulation zu diskutieren und bei Bedarf durch alternative Formulierungen zu ersetzen. Ein modulierte Signal geht stets von einer sog. Trägerfrequenz aus. Auf das Trägersignal wird dann in der Nachrichtentechnik das Nutzsignal moduliert. Für die Anwendung am Planetengetriebe entspricht die Trägerfrequenz der nominellen Zahneingriffsfrequenz. Im Folgenden werden sich die Begriffe grundsätzlich an denen der Zahnradtechnik orientieren, nicht an denen der Nachrichtentechnik. Deshalb wird der Begriff „Trägerfrequenz“ im Weiteren nicht gebraucht.

In nachrichtentechnischen Anwendungen sind die verwendeten Signale selten periodisch, da sich sonst die übertragene Information wiederholen würde. Die Schwingungen aus Zahnradgetrieben weisen hingegen einen hohen Grad an Periodizität auf. Die Modulation ist durch die Rotation der Bauteile bedingt, deren Geometrie, bis auf geringe Änderungen durch Verschleiß, Erwärmung oder elastische Deformation unveränderlich ist. Das in Abbildung 1.1 vorgestellte Getriebe weist einen hohen Grad an Symmetrie auf. Nach einer vollen Umdrehung des Planetenträger gelangen alle Bauteile wieder in die Ausgangslage. Wie noch in Abschnitt 4.1 im Detail gezeigt, führt eine periodische Modulation dazu, dass das Signal im Frequenzbereich in diskrete Frequenzen zerfällt, wodurch auch die Ordnungszahlen k in dieser Arbeit grundsätzlich ganzzahlig sind. Daher ist der Begriff der Seitenbänder für Planetengetriebe abzulehnen. Gerade in Funkanwendungen bezeichnet das untere bzw. das obere Seitenband den Frequenzbereich unmittelbar unter- bzw. oberhalb der Trägerfrequenz. Bei ganzzahligen Ordnungen ist es präziser und effizienter stattdessen die genauen Ordnungszahlen zu verwenden. Zudem ist aus Abbildung 1.2 ersichtlich, dass auch Ordnungen im Bereich der doppelten Zahneingriffsordnung relevant sein können. Hierfür ist der Begriff des Seitenbandes nicht eindeutig definiert.

Zum Abschluss dieser kurzen Einführung in die Grundbegriffe soll das Prinzip der Evolventenverzahnung näher beleuchtet werden. Dieses ist in Abbildung 1.3 verdeut-

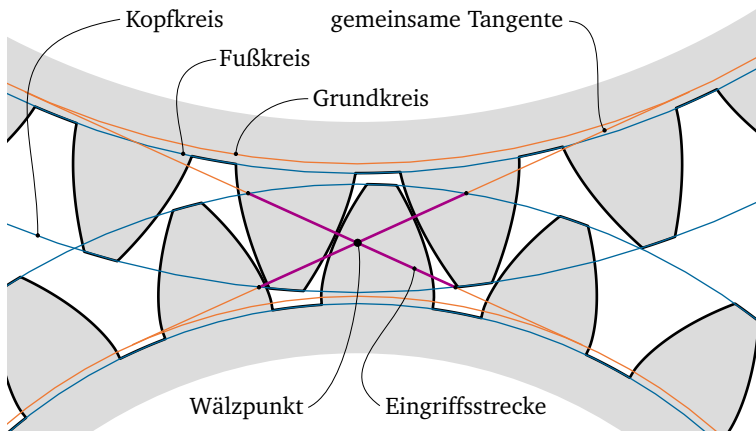


Abbildung 1.3: Funktionsweise evolventenverzahnter Zahnräder.

licht, welche das Kämme zweier Außenräder im Stirnschnitt zeigt. Die Geometrie wird der europäischen Nomenklatur nach vor allem durch die Parameter **Zähnezahl**, Modul, Profilverschiebungsfaktor, Normaleingriffswinkel und Schrägungswinkel bestimmt. Die angelsächsische Nomenklatur gebraucht anstatt des Moduls den Begriff „Pitch“. Diese Berechnungsgrößen sind vorwiegend für Kapitel 6 relevant und sollen hier nicht weiter geklärt werden. Stattdessen wird eine visueller Herangehensweise bevorzugt. Die Zähne beginnen am Zahnfuß und enden am Zahnkopf. Die Zahnfüße liegen auf dem **Fußkreis**; die Zahnköpfe auf dem **Kopfkreis**. In realen Zahnrädern ist der Zahnfuß verrundet, damit die mechanischen Spannungen dort nicht zu stark ansteigen. Die Profillinien der Zähne sind durch Kreisevolventen definiert. Diese beginnen auf dem Grundkreis in zunächst radialer Richtung. Die Evolventen sind in der Nähe des Grundkreises am stärksten gekrümmt. Ihre mathematisch ideale Gestalt ist unendlich lang, allerdings im Inneren des Grundkreises nicht definiert. Im Fall des unteren Zahnrads ist der Fußkreis kleiner als der Grundkreis, wodurch ein kleiner Teil der Profillinie nicht in Evolventenform existieren kann. Der Bereich, in denen die Zähne die Form der Kreisevolventen annehmen, befindet sich zwischen dem Fußformkreis und dem Kopfformkreis, welche hier nicht dargestellt sind. Gerade der Kopfformkreis liegt typischerweise so eng am Kopfkreis, dass in der Zeichnung kein Unterschied zu sehen wäre.

Die Kreisevolventen sind stets senkrecht zu beliebigen Tangenten am Grundkreis. Eine Berührung der Zähne kann deshalb nur entlang der gemeinsamen Tangenten beider Grundkreise stattfinden. Der Bereich einer Tangente, an dem ein Zahneingriff möglich ist, heißt **Eingriffsstrecke** und wird von den beiden Kopfformkreisen begrenzt. Sollten

sich Zahnräder an Stellen berühren, die nicht auf der Eingriffstrecke liegen, so wird das als Eingriffsfehler bezeichnet. Es gibt stets zwei Eingriffsstrecken, jeweils für die Links- und die Rechtsflankenpaare. Die Begriffe **Linksflanken** und **Rechtsflanken** sind dabei so definiert, dass Rechtsflanken stets mit Rechtsflanken in Kontakt kommen. Das gilt auch an Hohlrädern. Für den Fall, dass das untere Zahnrad angetrieben ist und im Uhrzeigersinn rotiert, übertragen die Rechtsflankenpaare das Getriebemoment, während die Linksflankenpaare gerade nicht aneinander anliegen. Die Berührungspunkte wandern in diesem Beispiel entlang der gemeinsamen Tangente von links nach rechts. Die Stelle, an der die Eingriffstrecke die Verbindungslinie der Zahnradmittelpunkte kreuzt, heißt **Wälzpunkt**. Im Wälzpunkt rollen die Zähne aufeinander ab, ohne zu gleiten. An allen anderen Punkten auf der Eingriffstrecke verschwindet die Gleitgeschwindigkeit nicht. Aus der Abbildung wird auch deutlich, dass nicht immer die gleiche Anzahl von Zahnpaaren miteinander in Kontakt steht. In der gezeichneten Eingriffstellung könnte nur ein einzelnes Linksflankenpaar Kraft übertragen, während sich die Last der Rechtsflanken auf zwei Paare aufteilt. Die durchschnittliche Anzahl der in Kontakt stehenden Flankenpaare wird als **Gesamtüberdeckung** bezeichnet. Neben der im gezeichneten Stirnschnitt sichtbaren Profilüberdeckung kommt es bei schrägverzahnten Zahnrädern zur Sprungüberdeckung, wobei beide in Summe die Gesamtüberdeckung ergeben.

2 Stand der Technik

Mit den vorgestellten Grundbegriffen ist es nun möglich, die Literatur in einer tiefer gehenden Analyse zu erschließen. Die Analyse der Literatur ist von besonderer Bedeutung, da sich aus den Lücken und Widersprüchen des aktuellen Forschungsstands die genauen Fragestellungen dieser Arbeit ergeben werden. Zunächst ist jedoch ein kurzer Rückblick auf die Geschichte der Zahnradtechnik sinnvoll. Die Kenntnis der Geschichte des Forschungsfelds ist nützlich, da sie eine kritische Reflexion der verfolgten Lösungsansätze unterstützt und die kulturelle Bedeutung der Technik verständlich macht.

Komplexe Zahnradgetriebe aus Metall sind mindestens seit dem 2. Jahrhundert v. Chr. bekannt. Die Faktenlage bezüglich des Altertums ist allerdings wenig umfangreich. Wie Lewis [52] ausführt, geben die überlieferten schriftliche Quellen nur vage Andeutungen bezüglich Zahnradgetrieben, sodass sich die historische Forschung vor allem auf archäologische Methoden stützt. Mit dem Mechanismus von Antikythera [25] ist ein antikes Zahnradgetriebe archäologisch zweifelsfrei belegt. Es handelt sich dabei um einen astronomischen Analogrechner, dessen Konstruktionsprinzip mit Archimedes bzw. dessen Schülern in Verbindung gebracht wird. In diesem Fund kommen mehr als 30 Zahnräder zum Einsatz, davon einige auf umlaufenden Achsen. Die Komplexität des Mechanismus lässt auf eine zum Zeitpunkt der Fertigung bereits gut entwickelte Technik schließen. Dennoch unterscheidet sich dieses bemerkenswerte Artefakt in einigen wesentlichen Punkten von modernen Getrieben: Die Zähne weisen eine dreieckige Form mit einem Winkel von 60° auf. Das Abrollen der Verzahnungen im Wälzpunkt ist somit nicht möglich. Hinweise auf eine Innenverzahnung, wie sie für Planetengetriebe im Sinn dieser Arbeit nötig ist, fehlen vollständig – was eine nur eingeschränkte Vergleichbarkeit mit den in dieser Arbeit untersuchten Getrieben bedingt.

Unglücklicherweise kam es im Verlauf der Spätantike zu einem starken Rückgang der Getriebetechnologie. Nur einfache Getriebe konnten das Frühmittelalter überdauern. Aus diesen entwickelten sich im Verlauf des dreizehnten und vierzehnten Jahrhunderts die ersten Pendeluhrn. Mit dem Beginn der Neuzeit konnten Wissenschaftler wie Leonardo da Vinci erstmals neue Erkenntnisse beitragen, die deutlich über die Zahnradtechnik der Antike hinausgehen. Diese ersten neuzeitlichen Erkenntnisse können als Ursprung der modernen, wissenschaftlich gestützten Getriebetechnik gelten.

Eine systematische Beschreibung der Getriebe nach modernen wissenschaftlichen Maßstäben gelang Willis [82] in der Mitte des 19. Jahrhunderts. Er beschreibt alle zum damaligen Zeitpunkt bekannten Getriebe und klassifiziert sie anhand ihrer Kinematik. Ein Teil des Werks befasst sich mit Zahnradgetrieben und reflektiert die neuzeitlichen

Erkenntnisse, etwa die Anwendung der Evolvente, welche auf Euler zurückgeht. Daher sind hier, im Gegensatz zu den dreieckigen Zähnen der Antike, Evolventen- und Zykloidenverzahnung beschrieben. Willis stellt bereits ein Planetengetriebe mit den Komponenten Sonnenrad, Hohlrad, Planetenträger und Planetenrad dar¹. Er gibt dazu die kinematischen Beziehungen für das Planetengetriebe in Form der sogenannten Willis-Gleichung an. Seine Untersuchung kann somit als Ausgangslage für die wissenschaftliche Erforschung von Planetengetrieben gelten. Allerdings verfolgt Willis eine Kategorisierung der Getriebe nach rein kinematischen Gesichtspunkten. Eine Untersuchung von Schwingungsanregung, Festigkeit oder Wirkungsgrad ist daher noch nicht zu finden. Die geschichtliche Entwicklung dieser Fragestellungen ist durch von Seherr-Thoss [74] im Detail beschrieben. Eine weitere historische Diskussion würde jedoch den Rahmen des Angemessenen überschreiten. Im Folgenden sollen daher nur noch die gegenwärtigen Erkenntnisse diskutiert werden.

Klocke und Brecher [46] geben zur Zeit die detaillierteste allgemeine Beschreibung der Zahnradgetriebe. Ihr Fokus liegt dabei auf der Anwendung; demnach nehmen die evolventenverzahnten Getriebe den mit Abstand größten Teil der Abhandlung ein. Umfangreichere Werke anderer Autoren wie etwa Linke [54] werden durch Klocke und Brecher weitgehend redundant. Litvin und Fuentes [55] gehen im Detail auf die mathematischen Grundlagen der Zahnradgeometrie ein. Zahnradgetriebe sind zudem international einheitlich genormt. Einschlägige Normen wie DIN ISO 21 771² [98] bieten ein Maß an Vollständigkeit und Konsistenz, das über das der wissenschaftlichen Primär- und Sekundärliteratur hinausgeht. Zusätzlich zu diesen anwendungsneutralen Werken liegen auch anwendungsspezifische Quellen vor. So zeigt Kirchner [45], wie Getriebe in Kraftfahrzeugen gestaltet werden können.

Abschnitt 1.2 definiert den Begriff des Planetengetriebes bewusst sehr eng. Die in dieser Arbeit untersuchten Getriebe sind einstufig und nicht schaltbar. Zudem erfolgt der Antrieb stets über das Sonnenrad und der Abtrieb über den Planetenträger, wobei das Hohlrad fest steht. Diese Konfiguration ist technisch relevant, aber nicht die einzige sinnvolle Möglichkeit. Wie eingangs angerissen, besitzt bereits ein einfaches Planetengetriebe verschiedene Betriebsmodi, welche sich durch die Wahl des feststehenden Gliedes unterscheiden. Darüber hinaus existiert eine Vielzahl an verwandten Getrieben, welche in Abgrenzung zum betrachteten Getriebe allgemein als Umlaufgetriebe bezeichnet werden. Umlaufgetriebe zeichnen sich dadurch aus, dass Zahnräder nicht nur um ihre Achsen rotieren, sondern darüber hinaus die Achsen der Zahnräder umlaufen können. In Abgrenzung dazu existieren die sogenannten Standgetriebe, deren Achsen ausnahmslos raumfest sind. Diese Begriffe orientieren sich, sofern sinnvoll, an der Norm DIN 868 [93] und der Richtlinie VDI 2157 [96]. Es existieren, sofern man beliebig viele Stufen zulässt, unendlich viele verschiedene mögliche Topologien, nach denen Getriebe aufgebaut sein können. So zeigt Müller in seinem viel rezipierten Standardwerk [61] auf, wie sich Umlaufgetriebe

¹Dort auf Seite 361, Abbildung 212.

²In vielen Quellen findet sich die Vorgängernorm DIN 3960 [94].

systematisch beschreiben und erzeugen lassen. Stangl [77] stellt ein graphentheoretisches Verfahren vor, mit dem beliebige Umlaufgetriebe dargestellt werden können. Dieses Verfahren schließt die Berechnung der Drehzahlen und Momente mit ein. Kurth [48] führt den Ansatz vor allem mit dem Ziel fort, effiziente schaltbare Getriebe zu finden. Kluge [47] verwendet einen ähnlichen graphentheoretischen Ansatz, um Hybridantriebsstränge für KFZ-Anwendungen zu synthetisieren. Diese Überlegungen sind vor allem in der Automobilindustrie von Interesse, da die dort verwendeten mehrgängigen Schaltgetriebe eine besonders hohe Komplexität ausweisen. Typischerweise kommen diese Methoden zu Getriebesynthese in den frühesten Entwicklungsphasen zur Anwendung, wobei das Thema der Schwingungen noch keine Rolle spielt. In den meisten Anwendungen sind derartige Synthesemethoden nicht relevant, vor allem weil außerhalb von Personen- und Nutzkraftfahrzeugen Schaltgetriebe nur selten zum Einsatz kommen. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass das gut entwickelte Literaturfeld der Getriebesynthese keine Beiträge zur Schwingungsanalyse umfasst.

2.1 Modulation der Schwingungen von Planetengetrieben in der Literatur

Planetengetriebe zeigen ein Schwingungsverhalten, das von dem gewöhnlicher Stirnverzahnungen deutlich abweicht. Im Gegensatz zu Standgetrieben sind die im Betrieb hervorgerufenen Schwingungen grundsätzlich moduliert. Für Standgetriebe weist eine Modulation der Zahneingriffsschwingungen hingegen auf Schäden hin. Dieser Umstand wird in der allgemeinen Literatur, teils sogar in Arbeiten zum Schwingungsverhalten von Zahnradgetrieben [32, 63], nicht behandelt. An dieser Stelle ist daher eine Untersuchung der auf das Phänomen der Modulation in Planetengetrieben spezialisierten Literatur nötig. Im Rahmen dieser Arbeit konnten bereits einige Ergebnisse in einem Zeitschriftenbeitrag [87] veröffentlicht werden. Die Diskussion der Literatur zu Schwingungen in Planetengetrieben baut daher auf dieser eigenen Veröffentlichung auf. Ebenfalls sei auf die hochwertige Literaturübersicht von Cooley und Parker [15] verwiesen.

Schwingungen in Planetengetrieben werden, wie auch in Stirnradgetrieben, durch den Zahneingriff angeregt. Nach Klocke und Brecher wirken für evolventenverzahnte Getriebe eine Reihe unterschiedlicher Phänomene:

- Die Verzahnungssteifigkeit ist während des Betriebs nicht konstant. Das liegt im meist nicht ganzzahligen Gesamtüberdeckungsgrad begründet. Beispielsweise stehen im eingangs³ gezeigten Zahnradpaar abwechselnd ein Zahnpaar allein und zwei Zahnpaare gemeinsam in Kontakt. Es kommt zu einer periodisch intermittierenden Parallelschaltung der Steifigkeiten zweier Zahnpaare. Das kann als Parametererregung wirksam werden.

³Siehe Abbildung 1.3 auf Seite 9

- Zudem leistet der Übertragungsfehler einen wesentlichen Beitrag zur Schwingungsanregung. Der Übertragungsfehler beschreibt die Abweichung zwischen einer exakt gleichförmigen kinematischen Kopplung und der tatsächlichen, winkelabhängigen lokalen Übersetzung. In der Praxis ist er in erster Linie durch Fertigungsabweichungen bedingt.
- Beim Kontakt zwischen zwei Zähnen kommt es zu einer Stoßanregung. Im Extremfall schlagen die Kopfkanten vorzeitig auf den Zahnflanken auf, was üblicherweise durch eine geeignete Gestaltung des Zahnkopfs gemindert wird.
- Mit dem Durchlaufen des Wälzpunkts kommt es zu einer Umkehr der Richtung der Reibkraft. Das liegt daran, dass sich die Orientierung der Gleitgeschwindigkeit hier umkehrt.
- Letztlich kann es – besonders bei schrägverzahnten Getrieben, aber auch aufgrund von Fertigungsabweichungen bei Geradverzahnungen – zu wechselnden Kippmomenten kommen. Diese entstehen dadurch, dass sich die Berührlinie im Verlauf eines Zahnwechsels in axialer Richtung von der einen Seite zur anderen verschiebt.

Auch wenn die grundsätzlichen Anregungsmechanismen in Planetengetrieben und Standgetrieben identisch sind, sind die Schwingungen von Planetengetrieben deutlich komplexer. Das liegt daran, dass die Rotationsachsen der Planetenräder mit dem Planetenträger umlaufen; was zu einer Modulation der primären Zahneingriffsschwingungen im raumfesten Bezugssystem führt. Es ist unklar, wann diese Modulationseffekte zuerst erfasst wurden. So findet sich bereits bei Botman [10] im Jahr 1980 eine rudimentäre Kenntnis des Phänomens. In der aktuellen Literatur herrscht aber Einigkeit darüber, dass McFadden und Smith [57] zuerst ein befriedigender Erklärungsansatz gelang. Sie zeigen, dass die von ihnen als Seitenbänder identifizierten Schwingungen durch eine periodische Modulation in Form einer Hüllkurve einer fiktiven harmonischen Anregung darstellbar sind. Als einflussreich erweist sich auch der Beitrag durch McNames [58], in dem die Schwingung als Fourier-Reihe aufgefasst wird. Besonders ist hierbei, dass nicht die Zeit als unabhängige Variable der Reihe herangezogen wird, sondern der Winkel des Planetenträgers. Damit nutzt McNames eine konsequente Ordnungsdarstellung, in der der Winkel des Planetenträgers die Referenzgröße darstellt. McNames postuliert, dass Ordnungen nur dann einen signifikanten Beitrag zur Gesamtschwingung leisten, wenn die Ordnungszahl ein ganzzahliges Vielfaches der Planetenanzahl ist. Die Hypothese trifft zumindest auf die von McFadden und Smith präsentierten Messdaten unterschiedlicher Getriebe zu.

Inalpolat und Kahraman [35] greifen diese Erkenntnisse auf, kritisieren jedoch deren Allgemeingültigkeit. So sind nach Inalpolat und Kahraman fünf verschiedene Klassen von Planetengetrieben zu unterscheiden. Die Klassen ergeben sich aus zwei Kriterien: Erstens ist bei der Anordnung der Planetenräder zu unterscheiden, ob diese in regelmäßigen oder unregelmäßigen Abständen auf dem Planetenträger gelagert sind. Zweitens kann

der Zahneingriff aller Planeten entweder gleichzeitig, sequentiell oder unregelmäßig stattfinden. Sequentiell bedeutet hier, dass bei konstanter Winkelgeschwindigkeit der Kontakt der einzelnen Planeten mit dem jeweils nächsten Zahn in zeitlich regelmäßigen Abständen erfolgt. Diese Eigenschaften folgen aus den Zähnezahlen der Zahnräder. Für technisch sinnvolle Kombinationen ergeben sich die folgenden Fälle:

- (i) Gleichmäßig verteilte Planeten und symmetrische Eingriffsfolge (gleichzeitiger Zahneingriff)
- (ii) Gleichmäßig verteilte Planeten und sequentielle Eingriffsfolge
- (iii) Ungleichmäßig verteilte Planeten und symmetrische Eingriffsfolge
- (iv) Ungleichmäßig verteilte Planeten und sequentielle Eingriffsfolge
- (v) Ungleichmäßig verteilte Planeten und unregelmäßige Eingriffsfolge

Inalpolat und Kahraman überprüfen einige dieser Fälle experimentell mittels eines hochpräzise gefertigten Radsatzes. Sie sind durch Austausch des Planetenträgers und Variation der Planetenanzahl in der Lage, die Fälle (ii), (iv) und (v) experimentell abzubilden. Inalpolat und Kahraman präsentieren ein einfaches, signalbasiertes Modell, welches die unterschiedliche Modulation aller fünf Fälle erklärt. Die Ursache der Modulation beruht demnach auf der Überlagerung der Zahneingriffsschwingungen der einzelnen Planeten. Bis zum raumfesten Betrachter bzw. Sensor müssen diese einzelnen Anteile unterschiedliche Übertragungspfade durchlaufen, da das Hohlrad als elastisch angenommen wird. Zudem ändern sich diese Übertragungspfade periodisch mit dem Umlaufen der Planeten.

Mit dem Erscheinen des Beitrags von Inalpolat und Kahraman ergibt sich so zunächst eine konsistente und, für die bis dahin vorliegenden Daten, valide Theorie. Die Übereinstimmung zwischen den theoretischen Vorhersagen und den Experimenten dieser drei Quellen [35, 57, 58] ist hoch. Nach Inalpolat und Kahraman sind alle von McFadden und Smith untersuchten, sowie das von McNames betrachtete Getriebe, dem Typ (ii) zuzuordnen. Bei genauer Analyse fällt allerdings auf, dass McFadden und Smith auch Ergebnisse eines Getriebes des Typs (i) präsentieren. Die zugehörigen Messdaten zeigen meist eine sehr gute Übereinstimmung mit den Vorhersagen durch Inalpolat und Kahraman. Weitere experimentelle Bestätigung erfährt diese Theorie durch einen Beitrag von Keller und Grabil [44]. Sie präsentieren einen Datensatz, dem Schwingungen eines Helikoptergetriebes zugrunde liegen. Anhand der Schwingungen soll ein Riss im Planetenträger entdeckt werden. Dieser Datensatz wird von einer Reihe weiterer Autoren, etwa Blunt und Keller [7] oder Patrick et al. [68] intensiv bearbeitet. Abweichungen von dem Prinzip, dass relevante Schwingungsanteile bei ganzzahligen Vielfachen der Planetenzahl auftreten, werden hier als Indikator für Schäden gewertet. In diesem Fall handelt es sich um ein geradzahntes Getriebe. Anhand der vorliegenden Ergebnisse kann die

Anwendung der Theorie von Inalpolat und Kahraman sowohl für gerad- als auch für schräg- bzw. doppelschrägverzahnte Getriebe gezeigt werden.

Diese anscheinende Konsistenz der Literatur wird jedoch durch andere Quellen in Frage gestellt. So zeigen Feng und Zuo [24] ein Modell der Schwingungsanregung, in dem auch nicht-ganzzahlige Ordnungen vorkommen. Die von Feng und Zuo dargestellten Experimente zeigen zudem ein Verhalten, das nicht zwingend mit den Ergebnissen der bisher diskutierten Autoren übereinstimmt. Der mit Abstand größte Schwingungsanteil erscheint bei einer Ordnung, welche ein ganzzahliges Vielfaches der Planetenzahl ist. Dies ist mit den Ergebnissen der anderen Autoren kompatibel. Es zeigt sich allerdings keine weitere von den Quellen [35, 57, 58] vorhergesagte signifikante Ordnung. Deren Ergebnisse zeigen, mit einer Ausnahme, stets mindestens drei klar hervortretende Ordnungen, welche bei den vorhergesagten Ordnungszahlen zu finden sind. Feng und Zuo zeigen hingegen lediglich eine signifikante Ordnung unmittelbar unter der nominellen Zahneingriffsordnung. Das stellt die Vorhersagekraft der bisherigen Theorie in Frage, da für die Datenlage von Feng und Zuo auch alternative Erklärungen möglich sind, wie sie in der folgenden Diskussion aus einem Vergleich der Quellen gewonnen werden.

Eine kritischere Position nehmen Parra und Vicuña [67] ein. Ihre Kritik fokussiert sich auf die numerischen Modelle der anderen Autoren, weil diese die Richtungen der Kraftvektoren nicht korrekt berücksichtigten. Die bisherige Theorie der Quellen [35, 57, 58] steht nicht in der Kritik der Autoren. Bei einem genauen Vergleich fällt jedoch auf, dass die von ihnen [67] gezeigten Messdaten erhebliche Abweichungen zu den Vorhersagen der Quellen [35, 57, 58] aufweisen. Die signifikanten Ordnungen erscheinen nicht bei den zu erwartenden, sondern davon abweichenden Ordnungszahlen.

Morikawa et al. [59, 60] stellen eine gänzlich abweichende Erklärung für die Modulation vor. Im Gegensatz zu der Theorie, welche Inalpolat und Kahraman vertreten, zielen Morikawa et al. auf die resultierenden Kräfte im Getriebe ab. Sie argumentieren, dass im Fall eines sequentiellen Zahneingriffs eine resultierende Kraft im Getriebe entsteht, deren Richtung mit dem Planetenträger rotiert. Dadurch entsteht im feststehenden Bezugssystem des Betrachters eine Modulation: Die Zahneingriffsordnung ist nicht mehr im Signal enthalten, sondern je eine volle Ordnung darüber und darunter. Morikawa et al. liefern eine experimentelle Validierung, welche für den sequentiellen Zahneingriff das von ihnen beschriebene Phänomen zeigt. Bei gleichzeitigem Zahneingriff ist hingegen keine Struktur der Ordnungen zu beobachten. Die einzige erkennbare Regel ist dann, dass die Ordnungszahlen ganzzahlig sind. Das Erklärungsmodell der beiden Untersuchungen steht daher in klarem Widerspruch zu Inalpolat und Kahraman. Die Ergebnisse von Feng und Zuo sind hingegen mit denen von Morikawa et al. kompatibel. Auch die von Parra und Vicuña präsentierten regellosen Ordnungen sind in Einklang mit der Vorhersage von Morikawa et al. Zusammengefasst finden sich die folgenden Erklärungsansätze in der Literatur:

1. Die Anregung stammt aus mehreren Quellen, weil es mehrere Zahnpaarungen

Tabelle 2.1: Experimentelle Ergebnisse der Literatur.

	Quelle	Klasse	Beobachtete Ordnungen	Reproduktion im Anhang
1	[57]	(ii)	132, 135, 138, 141	
2	[57]	(ii)	190, 195, 200, 205, 210	S. 131
3	[57]	(i)	117	
4	[58]	(ii)	112, 120, 122(!) , 128	S. 132
5	[35]	(ii)	117, 120, 123, 126	S. 133
6	[35]	(iv)	121, 123, 125, 128	
7	[35]	(v)	123, 124, 126, 128	
8	[7]	(ii)	225, 230, 235	
9	[24]	(ii)	80(?)	S. 134
10	[67]	(i)	55(!) , 71(!) , 72, 73(!) , 75	S. 135
11	[60]	(iv)	80, 82, 83(!)	S. 136
12	[60]	(i)	81, 84	

gibt. Jedes Planetenrad kämmt mit dem Sonnenrad und dem Hohlrad. Zudem weisen Planetengetriebe typischerweise mindestens drei Planeten auf. Die messbare Schwingung ergibt sich demnach aus der Überlagerung von mindestens sechs Einzelsignalen.

- Die Wälzpunkte laufen im Getriebe um. Während bei einfachen Stirnradgetrieben die Anregung stets am gleichen Punkt im Raum entsteht, bewegen sich die Wälzpunkte synchron mit dem Planetenträger. Die in der Nähe des Wälzpunkts angeregten Schwingungen müssen deshalb einen periodisch veränderlichen Übertragungsweg bis zum Schwingungsempfänger durchlaufen. Dazu ist mindestens das Hohlrad als flexibel zu betrachten.
- Die Kraftrichtungen der Zahneingriffskräfte rotieren. Da die Richtungen der Zahneingriffskräfte anhand des Betriebseingriffswinkels und der Verbindungslinie der Zahnradmittelpunkte determiniert sind, müssen diese synchron mit dem Planetenträger umlaufen. Wird das Hohlrad nicht als flexibel betrachtet, so kommt es an ihm zu einer resultierenden, oszillierenden Kraft. Besonders bei sequentielltem Zahneingriff läuft deren Wirkrichtung ebenfalls mit dem Planetenträger um, was im raumfesten Bezugssystem als Modulation wirksam wird.

Tabelle 2.1 fasst die experimentellen Ergebnisse der Literatur zusammen. Zudem sind

einige Abbildungen der untersuchten Quellen in dieser Ausarbeitung im Anhang reproduziert. Leider können sie aus Platzgründen nicht innerhalb dieses Abschnitts abgedruckt werden; Tabelle 2.1 verweist allerdings auf die entsprechenden Seitenzahlen des Anhangs. Diskussionswürdige Ergebnisse sind fett markiert, wobei ein Ausrufezeichen Widersprüche anzeigt, während das Fragezeichen für eine uneindeutige Interpretation steht. Die in Zeile 4 von McNameres veröffentlichten Ergebnisse weisen eine nicht erklärte Ordnung bei der Ordnungszahl 122 auf, wobei deren Amplitude zwar signifikant hervortritt, aber ein eher geringes Niveau aufweist. Zeile 9 zeigt die bereits diskutierten Messung durch Feng und Zuo, welche sowohl mit der Theorie von Inalpolat und Kahraman als auch mit der Herleitung von Morikawa et al. vereinbar sind. Die in Zeile 10 zusammengefassten, von Parra und Vicuña gezeigten signifikanten Ordnungen widersprechen der Theorie von Inalpolat und Kahraman eindeutig. Interessanterweise stimmen die von Morikawa et al. beobachteten Ordnungen mit den Vorhersagen Inalpolats und Kahramans gut überein, während die zur Stützung ihrer alternativen Erklärung präsentierten Daten die dazu nicht passende Ordnung 83 enthalten. Bislang findet sich in der Literatur keine Diskussion dieser Widersprüche, mit Ausnahme der eigenen Veröffentlichung [87].

Insgesamt spricht die Datenlage vor allem für die von Inalpolat und Kahraman abschließend formulierte Theorie, während die von Morikawa et al. vorgestellten Überlegungen mit der vorliegenden Evidenz nicht als geschlossene Theorie gelten können. Die experimentellen Ergebnisse der Literatur sind allerdings auch kritisch zu sehen, da sie keinesfalls als repräsentativ für die Gesamtheit der Planetengetriebe gelten können. So liegt mit den Systemen 2, 4 und 8 ein klarer Schwerpunkt auf Helikoptergetrieben. Auch das in Zeile 3 gegebene Turbopropgetriebe kann dazu keinen sinnvollen Gegenpol bilden. Gerade die beiden kleinsten untersuchten Getriebe 9 und 10 weisen die größten Abweichungen zur Theorie Inalpolats und Kahramans auf. Zudem entspringen die von Morikawa et al. entwickelten Erklärungsansätze einer logischen Herleitung. Es stellt sich somit weniger die Frage, ob die vorgestellten Erklärungen an sich korrekt sind, sondern viel mehr, unter welchen Bedingungen die Grundannahmen der beiden Ansätze mit der Realität übereinstimmen. Im Bereich der kleinen Planetengetriebe liegen sowohl unzureichende experimentelle Ergebnisse, als auch mangelhafte Erklärungsmodelle der Modulation vor.

2.2 Resonanzen in Planetengetrieben

Der vorangegangene Abschnitt betrachtet die Modulation als Verhältnis der einzelnen Ordnungen zueinander, ohne dabei deren absolute Amplitude zu berücksichtigen. Als schwingungsfähige Systeme weisen Planetengetriebe Resonanzen auf, wodurch das Niveau der Zahneingriffsschwingungen eine starke Abhängigkeit von den Betriebsbedingungen aufweist. Bei bestimmten Drehzahlen ist die beobachtete Schwingungsamplitude deutlich erhöht. Daher stellt sich die Frage, in welcher Form Planetengetriebe Resonanzen zeigen und wie diese zu beschreiben sind. Auch zu dieser Fragestellung liegen eine Reihe von

Veröffentlichungen vor, die im Folgenden analysiert werden sollen.

Das Literaturfeld zeichnet sich durch eine Vielzahl von mathematischen Modellen aus. Für die vom Getriebe erzeugten Schwingungen ist die Unterscheidung zwischen Umlauf- und Standgetrieben wesentlich, da im Fall der Umlaufgetriebe die Modulation betrachtet werden muss. In Bezug auf den eigentlichen Anregungsmechanismus existieren jedoch nur geringe Unterschiede zwischen diesen Getriebearten, da die Zahngeometrie identisch ist. Betrachtet man die Modellierung beider Getriebearten, so ergibt sich ein sehr umfangreiches Literaturfeld. Nevzat Özgüven und Houser [65] unterscheiden bereits im Jahr 1988 fünf verschiedene Klassen dynamischer Modelle für allgemeine Zahnradgetriebe. Die 188 von den Autoren angegebenen Quellen behandeln ausschließlich Standgetriebe und sind somit von untergeordnetem Interesse. Zudem ist dieser Übersichtsbeitrag aufgrund seines Alters nicht repräsentativ für den derzeitigen Stand der Forschung. Allerdings kann die Methodik zur Klassifizierung der dort diskutierten Beiträge als Vorbild für eine Einteilung der aktuellen Literatur zur Modellierung von Umlaufgetrieben dienen.

Anschaulich formuliert, lässt sich jeder vorliegende Beitrag auf einer Tiefen- und Breitenkala beurteilen. Als Modellierungstiefe soll in erster Linie die Betrachtungsweise des Zahneingriffs gelten. Hier können drei verschieden komplexe Herangehensweisen unterschieden werden:

- (a) Im einfachsten Fall kommen lineare Modelle zum Einsatz. Als Anregung wird dann meist der Übertragungsfehler der einzelnen Zahnradpaare herangezogen. Charakteristisch ist, dass die Schwingungsanregung als äußere Größe auf das dynamische System wirkt und keine Rückwirkung von der Bewegung der Zahnräder auf den Kontakt der Zähne möglich ist.
- (b) Lineare Modelle lassen sich um nichtlineare Anteile wie etwa Spiel, wechselnde Verzahnungssteifigkeit oder komplexere Zahnkraft- oder Lagermodelle erweitern. Diese Formulierungen⁴ sind nicht auf eine äußere Anregung angewiesen, sondern stellen die Schwingungen infolge des Zahneingriffs als Teil der Systemdynamik dar.
- (c) Die genauesten Beschreibungen der Zahneingriffs bilden die zugrundeliegende Geometrie im Detail ab, etwa durch ein Finite-Elemente-Modell des Zahnkontakts. Oft kommen Mischformen zum Einsatz, welche Mehrkörpermodelle mit FE-Formulierungen kombinieren. Ansätze, in denen FE-Modelle ausschließlich zur Bestimmung von Parametern zum Einsatz in Modellen der Kategorien (a) oder (b) genutzt werden, sollen nicht als Teil dieser Klasse betrachtet werden.

Die Breite eines Modells beschreibt den Umfang der dargestellten Komponenten und der zusätzlichen Effekte über den Zahneingriff hinaus. Auch hier ist eine Einteilung in drei Stufen sinnvoll:

⁴Diese Modelle werden in der Literatur meist als „lumped parameter model“ bezeichnet.

-
1. Modelle, in denen verformbare Zähne mit Starrkörpern kombiniert werden, stellen den einfachsten sinnvollen Detaillierungsgrad dar. Zusätzlich zu den elastischen Zähnen kann das Modell auch nachgiebige Lager enthalten.
 2. Die einfachen Modelle lassen sich dann um weitere nachgiebige Elemente wie etwa Wellen oder Planetenträger erweitern. Zudem können die Grundkörper der Zahnräder als elastisch betrachtet werden.
 3. Im höchsten Detaillierungsgrad sind nicht nur flexible Komponenten enthalten, sondern zusätzlich die rotordynamischen Effekte korrekt abgebildet.

Mit dieser zweidimensionalen Einteilung lassen sich relevante Quellen in kurzer Form effizient klassifizieren. Da sich die Ergebnisse der einzelnen Quellen oft stark ähneln, soll zunächst eine Bestandsaufnahme folgen, bevor die Schlussfolgerungen der Autoren gemeinsam zusammengefasst werden.

Der einfachste Detaillierungsgrad 1a wird in vielen Fällen gewählt, wobei die Komplexität der Modelle in der Literatur stark schwankt. Kahraman nutzt ein dreidimensionales Modell [42], um die Auswirkungen der Zahneingriffsfolge zu untersuchen und ein einfacheres Modell [41] um Aussagen bezüglich der Eigenfrequenzen eines Planetengetriebes zu treffen. Eritenel und Parker [22] greifen diese Fragestellung auf und entwickeln ein wesentlich detaillierteres dreidimensionales Modell, um weitere Eigenformen aufzudecken. Concli et. al. [14] berechnen die Eigenfrequenzen eines Servo-Planetengetriebes anhand eines ebenen Modells und präsentieren zudem eine experimentelle Validierung.

Auch Modelle der Gruppe 1b sind in der Literatur zu finden. So erweitert etwa Kahraman [40] seine Modellierungsstrategie um ein nichtlineares Zahnkraftmodell, welches ein Flankenspiel zulässt, um die Lastverteilung zwischen den Planeten darzustellen. Al-Shyyab und Kahraman [75] erhalten anhand eines ähnlichen Modells Bifurkationen im Frequenzgang. Dort können sich bei identischen stationären Betriebsbedingungen unterschiedliche Schwingungen ergeben, je nachdem von welcher vorherigen Drehzahl die derzeitige Drehzahl angefahren wurde. Mbarek et al. [56] beschäftigen sich primär mit der experimentellen Modalanalyse und der Betriebsmodalanalyse an Planetengetrieben. Sie können zudem ein Modell der Gruppe 1b in gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen bringen.

Die Gruppe 2a ist in der Literatur ebenfalls anzutreffen. Peeters et al. [70] betonen die Bedeutung eines realistischen Lagermodells. Abousleiman und Velex [1] zeigen einen Vergleich verschieden komplexer Modelle. Ericson und Parker [21] präsentieren neben ihrem numerischen Modell auch eine experimentelle Validierung. Sie zeigen, dass sich die Eigenfrequenzen von Planetengetrieben in einer Reihe von schmalbandigen Frequenzbereichen häufen. Für die Gruppen 1c, 2b und 2c findet sich keine Literatur, die einen für diese Diskussion relevanten Beitrag liefern kann. Dies liegt daran, dass eine Kombination der zugehörigen Detaillierungsgrade nicht sinnvoll ist. Gerade für Finite-Element-Modelle lässt sich kaum Aufwand mit einer Vereinfachung einzelner Getriebeglieder als Starrkörper

sparen, weil die Modellkomplexität vor allem durch das Kontaktmodell der Zähne bedingt ist.

Für die Gruppe 3a liegen die folgenden relevanten Quellen vor: Lin und Parker [53] können anhand ihres detaillierten linearen Modells verschiedene Klassen von Eigenformen identifizieren. Sie finden Rotationsmoden, Translationsmoden und Planetenmoden. Hier bewegen sich alle Körper entweder in Form einer ausschließlichen Rotation bzw. Translation oder lediglich die Planeten zeigen eine Auslenkung. Chaari et al. [13] kommen zu ähnlichen Ergebnissen. Tatar et al. [78] verwenden ein detaillierteres Modell. Es zeigt sich, dass die einzelnen Bewegungsrichtungen nicht, wie in den beiden anderen Quellen, zwingend entkoppelt sind. Neufond et al. [64] verfolgen in erster Linie das Ziel, den abgestrahlten Schall zu bestimmen. Sie setzen dazu ein detailliertes FE-Modell der Strukturbauteile ein, wobei die Anregung der Schwingungen allerdings auf einem eingepprägten Übertragungsfehler beruht.

In der Klasse 3b findet sich der Beitrag von Ambarisha und Parker [2]. Sie analysieren das dynamische Verhalten von Planetengetrieben mit Hilfe verschiedener numerischer Ansätze. Dabei finden sie ein ausgeprägtes nichtlineares Verhalten vor. Hauptsächlich äußert sich dieses durch eine Bifurkation des Frequenzgangs. Anstatt einer eindeutigen Vergrößerungsfunktion der Schwingungsamplitude beobachten Ambarisha und Parker ein unterschiedliches Verhalten für Hoch- und Herunterlauf. Sie führen das auf den Kontaktverlust der Zahnflanken zurück, durch den die effektive Steifigkeit mit zunehmender Schwingungsamplitude abnimmt. Zusätzlich erhalten sie Bereiche, in denen es zu einer breitbandigen Schwingungsantwort kommt. Die beobachteten Frequenzen entsprechen dann weder der nominellen Zahnengriffsfrequenz noch ihrer Modulation. Diese Ergebnisse stimmen gut mit denen des Modells der Klasse 1b von Al-Shyyab und Kahraman [75] überein.

In der komplexesten Klasse 3c ist der Beitrag von Parker et al. [66] zu erwähnen. Die Autoren erhalten Ergebnisse für die Schwingungsanregung inklusive harmonischer Anteile bei Vielfachen der nominellen Zahnengriffsfrequenz, allerdings nicht die im letzten Abschnitt besprochene Modulation der Schwingungen als Ergebnis.

Insgesamt ist das Literaturfeld weitaus größer als die betrachteten Quellen. In ihrem Übersichtsbeitrag aus dem Jahr 2014 stellen Cooley und Parker [15] insgesamt 147 Zeitschriftenbeiträge vor, von denen 119 sich mit der numerischen Modellierung von Resonanzen in Planetengetrieben beschäftigen. Einige der hier in diesem Abschnitt diskutierten Quellen sind nach dieser Übersicht erschienen, sodass die Anzahl der Beiträge zum Thema inzwischen weiter angewachsen ist. Letztlich lassen sich aus den Untersuchten Quellen vier Schlüsse für den weiteren Verlauf dieser Ausarbeitung ziehen:

- Planetengetriebe weisen ausgeprägte Resonanzen auf, was ein unstrittiges Ergebnis aller Quellen darstellt. Zudem sind Häufungen mehrerer Eigenfrequenzen innerhalb schmaler Frequenzintervalle zu erwarten.
- Nichtlineare Effekte, wie etwa eine Bifurkation des Frequenzgangs, sind möglich.

Trotzdem können die linearen Modelle oft ausreichend genaue Beschreibungen liefern. Am relevantesten ist hier Concli et. al. [14] zu sehen, weil die Autoren spezifisch für ein Servo-Planetengetriebe die Validität eines linearen Modells experimentell zeigen.

- Die Resonanzen können für einzelne Bewegungsrichtungen auftreten. So müssen hohe Amplituden der Rotationsfreiheitsgrade nicht zwingend in signifikanter translatorischer Bewegung resultieren. Die zugehörigen Eigenformen werden von Tatar et al. [78] am differenziertesten beschrieben.
- Keiner der vorliegenden Beiträge zeigt die Modulation der Schwingungen im Sinne des vorherigen Abschnitts anhand eines numerischen Modells.

2.3 Identifikation modaler Parameter in Planetengetrieben

Die bisherige Analyse der Literatur zeigt, dass diese nicht frei von Widersprüchen und Lücken ist. Experimente spielen bei der Bestätigung oder Widerlegung einzelner Aussagen eine zentrale Rolle. Aufgrund der Komplexität typischer Hypothesen reichen einfache Messungen nicht aus, um eine Aussage bezüglich deren Validität zu treffen. Erst inzwischen hoch entwickelte Auswertungsverfahren ermöglichen einen Vergleich zwischen Vorhersage und Realität. Es sind daher zwei komplementäre Modellierungsstrategien nötig. Einerseits ist es nötig, ausgehend von den elementaren Wirkprinzipien, die zu erklärenden Phänomene mathematisch darzustellen. Andererseits müssen die experimentellen Daten in einer Weise interpretiert werden, die ein Urteil über die angenommenen Ursachen der Phänomene zulässt.

Die im letzten Abschnitt betrachtete Literatur verfolgt das Ziel, anhand einer genauen Kenntnis der Geometrie und Werkstoffe eines Getriebes auf dessen Eigenfrequenzen und Eigenformen zu schließen. Dazu kommen verschiedene numerische oder analytische Verfahren zum Einsatz. Nach Isermann [38] spricht man auch von einer White-Box-Modellierung. Im Gegensatz dazu geht eine Black-Box-Strategie von experimentell gewonnenen Daten aus und gewinnt aus diesen ein mathematisches Modell⁵. Dieser Abschnitt widmet sich daher der in der Literatur zu findenden Black-Box-Modellierung der Schwingungen von Planetengetrieben.

Die klassische Methode zur Black-Box-Identifikation linearer, schwach gedämpfter Systeme ist die experimentelle Modalanalyse. Hierbei wird oft zwischen parametrischen und nicht-parametrischen Modellen unterschieden. Ein nicht-parametrisches Modell zeichnet sich dadurch aus, dass es die dargestellten Zusammenhänge als diskret abgetastete Funktionen enthält. Dabei ist die genaue Abtastung irrelevant, sofern sie fein genug ist. Parametrische Modelle enthalten hingegen eine genau definierte Anzahl an Parametern,

⁵ Oftmals sind auch Mischformen, sog. Gray-Box-Modelle anzutreffen, die Eigenschaften beider Strategien vereinen. Eine feinere Unterscheidung ist jedoch an dieser Stelle nicht nötig, wenn auch in anderem Kontext oft üblich.

welche nicht ohne weiteres vergrößert oder verkleinert werden kann. Ewins [23] legt die Grundzüge der experimentellen Modalanalyse in seinem allgemein akzeptierten Standardwerk dar. Dieses ist sehr umfangreich. Trotzdem lässt Ewins wiederholt essentielle Schritte in seiner Beschreibung der Methode aus. So enthält das Werk etwa keine klare Vorschrift, wie die Auto- und Kreuzleistungsdichten zu schätzen sind. Mangels besserer Alternativen muss das Werk dennoch weiterhin als Grundlage empfohlen werden. Das oft zitierte Grundlagenwerk von Heylen et al. [34] kann nicht als Alternative gelten, da es eher als Vorlesungsskript zu sehen ist.

Die experimentelle Modalanalyse lässt sich in drei Schritte unterteilen. Zunächst erfährt das zu untersuchende System eine breitbandige Anregung durch geeignete Aktoren. Ein geeignetes Messsystem zeichnet die Ein- und Ausgangssignale im Zeitbereich auf. Im zweiten Schritt werden aus Zeitbereichsdaten die Übertragungsfunktionen in nicht-parametrischer Darstellung geschätzt. Diese müssen dann abschließend in ein parametrisches Modell überführt werden, wozu spezialisierte Optimierungsalgorithmen zum Einsatz kommen. Die übliche parametrische Darstellung der geschätzten Übertragungsfunktionen ist durch die komplexen Eigenwerte und die modalen Skalierungsfaktoren determiniert. Die komplexen Eigenwerte kodieren Eigenfrequenzen und modale Dämpfungen, während die Skalierungsfaktoren die Eigenformen beschreiben. Wie Abschnitt 4.2 zeigt, ist es allerdings sehr schwierig, die untersuchten Getriebe mit Hilfe äußerer Kräfte sinnvoll anzuregen.

Alternativ zur experimentellen Modalanalyse steht mit der Betriebsmodalanalyse⁶ eine ähnliche Methode zur Verfügung, welche ohne äußere Anregung auskommt. Hier werden keine Aktoren zur Anregung des Systems verwendet, sondern die Anregung entstammt dem normalen Betrieb des Systems. An die Stelle aufgezeichneter Eingangssignale treten Annahmen bezüglich der Anregung des Systems. Das weitere Vorgehen ähnelt dem der experimentellen Modalanalyse; es entstehen allerdings einige Einschränkungen. Diese Methode ist vor allem im Bereich der Baudynamik beliebt, weil die dort untersuchten Strukturen sehr große Kräfte zur ausreichenden Anregung benötigen. Für diese Anwendungen geben Brincker und Ventura [11] eine umfangreiche Einführung. Zudem liefert Reynders [73] eine umfangreiche Analyse der bestehenden Literatur. Da sich die Anregungen von Gebäuden stark von denen an rotierenden Maschinen unterscheiden, ist auch hier vor allem spezialisierte Literatur von Interesse.

Die Literatur zur Betriebsmodalanalyse von Getrieben oder ähnlichen Maschinen ist wenig umfangreich, sodass Konferenzbeiträge einen wichtigen Anteil daran haben. Janssens et al. [39] wenden eine Ordnungszzerlegung auf Schwingungen während eines Hochlaufes eines Verbrennungsmotors an. Sie schätzen dann die Kreuzkorrelation, um ein nicht-parametrisches Modell zu erhalten. Im letzten Schritt extrahieren sie die modalen Parameter mit Hilfe des Polymax-Algorithmus. Di Lorenzo et al. [19] verfolgen einen ähnlichen An-

⁶Englisch: Operational Modal Analysis (OMA) – besonders in Abgrenzung zur experimentellen Modalanalyse (EMA).

satz an einem Windkraftgetriebe. Di Lorenzo et al. [18] zeigen in einem weiteren Beitrag eine zusätzliche Anwendung dieser Strategie. Neben den im letzten Abschnitt diskutierten Ergebnissen zeigen Mbarek et al. [56] die Anwendung der auch von Di Lorenzo et al. verwendeten Methode. Der Beitrag von Hammami et al. [31] ist als Vorarbeit hierfür zu sehen. Randall et al. [71] wählen eine entgegengesetzte Strategie: Sie entfernen alle harmonischen Komponenten, d. h. die eingangs diskutierten ganzzahligen Ordnungen aus den gemessenen Signalen, bevor sie eine Betriebsmodalanalyse durchführen. Zwar geht somit ein großer Teil des Anregungsniveaus verloren, dafür entspricht das Restsignal wesentlich genauer den Grundannahmen der verwendeten Schätzverfahren.

Bei der Analyse der Literatur fällt auf, dass vor allem der Polymax-Algorithmus zum Einsatz kommt. Peeters et al. [69] geben eine gute Übersicht des Verfahrens. Es wurde ursprünglich zur Schätzung der modalen Parameter aus den nicht-parametrischen vorliegenden Übertragungsfunktionen während der experimentellen Modalanalyse entwickelt. Das Verfahren arbeitet im Frequenzbereich und bietet kurze Rechenzeiten, auch bei großen Datenmengen. Der hauptsächliche Vorteil ist allerdings darin zu sehen, dass numerische Eigenformen⁷ stets mit negativer Dämpfung geschätzt werden. Das erleichtert die Anwendung stark, da die Anwendenden diese physikalisch unsinnigen Anteile einfach ausschließen können.

Es liegen somit objektive Gründe für den Einsatz des Polymax-Algorithmus vor. Neben diesen objektiven Gründen hat dessen Verbreitung eine weitere Ursache: Wissenschaftliche Gemeinschaften präferieren Methoden, die bereits eine erfolgreiche Publikationsgeschichte aufweisen. So entwickelten zum Beispiel Gustavsen und Semlyen [30] das sogenannte Vector-Fitting zum Einsatz in elektrischen Netzen. Es zeichnet sich vor allem durch eine schnelle Konvergenz aus. Mit einer Anzahl von 1492 derzeit erfassten Zitaten kann diese Veröffentlichung als einflussreich und der zugehörige Verfahren als weit verbreitet gelten. Aufgrund seines Ursprungs in der elektrotechnischen Forschung finden sich weitere Beiträge zu diesem Verfahren fast ausschließlich in der elektrotechnischen Literatur, wie durch Übersichtsbeiträge, beispielsweise den von Annakkage et al. [3] deutlich wird. Die zugrunde liegenden Modellvorstellung von schwach gedämpften, linearen schwingungsfähigen Systemen sind in der Strukturdynamik und Elektrotechnik identisch. Trotzdem sind Polymax und Vector-Fitting in der Literatur stark mit ihren ursprünglichen Forschungsgebieten assoziiert. Es wird somit deutlich, dass die Gewohnheiten der jeweiligen Forschungsgemeinschaften kritisch zu hinterfragen sind. So liegt mit dem Beitrag von Hendrickx und Dhaene [33] auch eine theoretische Analyse des Vector Fitting vor. Hierin wird klar, dass dieses Verfahren im Allgemeinen suboptimale Ergebnisse liefert.

Es stellt sich daher die Frage, ob neben den beiden genannten Verfahren weitere aussichtsreiche Algorithmen in anderen Forschungsfeldern existieren. Dazu hilft es, das mathematische Grundproblem so weit wie möglich zu vereinfachen: Die Identifikation der

⁷Die gebräuchliche Terminologie unterscheidet hier zwischen physikalischen und numerischen Eigenformen. Physikalische Eigenformen liegen in der Realität vor, während die numerischen Eigenformen durch das Optimierungsverfahren eingefügt werden, ohne dabei real zu existieren. Man spricht auch von „Overfitting“.

modalen Parameter ist gleichbedeutend mit der Approximation einer Anzahl rationaler Funktionen. Jede lineare Übertragungsfunktion im Frequenzbereich kann als Quotient aus Zähler- und Nennerpolynom ausgedrückt werden. Wenn ein dynamisches System durch mehrere Übertragungsfunktionen charakterisiert ist, dann sind deren Nennerpolynome identisch, die Zählerpolynome i. A. hingegen nicht. Der schwierigste Teil des Problems ist es, die komplexen Eigenwerte, d. h. die Nullstellen des Nennerpolynoms zu finden. Im Bereich der numerischen Mathematik finden sich dazu aktuelle Beiträge. So stellen Nakatsukasa et al. [62] einen leistungsfähigen Algorithmus zur rationalen Approximation vor. Dieser ist jedoch nicht auf das vorliegende Problem anwendbar, da er nur eine einzelne skalare Funktion behandelt. Berljafa und Güttel [5] präsentieren den derzeit fortgeschrittensten Algorithmus zur gleichzeitigen Approximation mehrerer rationaler Funktionen mit gemeinsamen Polstellen. Zusätzlich zur theoretischen Beschreibung bieten sie auch eine Implementierung [6] an. Dieses Verfahren erfüllt alle Anforderungen der Modalanalyse.

Eigene Ergebnisse zur Anwendung dieser Methoden an Planetengetrieben konnten bereits in drei Konferenzbeiträgen präsentiert werden. Plöger, Zech und Rinderknecht [85] konnten erste nicht-parametrische Schätzungen aus Hochlaufversuchen mittels Ordnungszerlegung gewinnen. Diese liegen sowohl in Betrag, als auch Phase vor. Eine parametrische Identifikation wird noch nicht versucht. Plöger, Jungblut, Zech und Rinderknecht [88] zeigen eine parametrische Identifikation anhand von Hochlaufexperimenten. Kessler, Plöger, Zech und Rinderknecht [84] verbessern dieses Vorgehen, indem sie Phaseninformation in das nicht-parametrische Modell aufnehmen.

2.4 Abgrenzung zu verwandten Forschungsfeldern

Die genaue Kenntnis der Schwingungsanregung in Planetengetrieben kann in verschiedenen Anwendungen genutzt werden. Aktuelle Forschungsfelder sind einerseits die aktive Schwingungsberuhigung andererseits die Fehlererkennung. Zum Themenfeld der Schwingungsberuhigung sei auf die Dissertation von Zech [83] verwiesen. Zech demonstriert dort, wie die untersuchten Getriebe durch eine adaptive Störgrößenaufschaltung mittels piezoelektrischer Inertialmassenaktoren beruhigt werden können. Zech, Plöger, Rinderknecht und weitere Ko-Autoren beleuchten das Thema weiter in einer Reihe von Veröffentlichungen [89–92]. Grundlage aller dort untersuchten Algorithmen ist die Ordnungsdarstellung der modulierten Schwingungen, welche eine schmalbandige Formulierung der verwendeten Regelungsalgorithmen ermöglicht. Für die eingesetzten adaptiven Verfahren ist es allerdings unerheblich, welche Ordnungen in den Schwingungssignalen den größten Beitrag leisten oder was die Ursachen der Modulation sind. Deshalb lassen sich aus diesen Veröffentlichungen keine für die Fragestellung dieser Arbeit relevanten Erkenntnisse ziehen.

DIN ISO 17 359 [99] gibt eine Reihe von Empfehlungen, wie eine Fehlererkennung an

Maschinen allgemein stattfinden kann. Dabei können sich die genauen Bedeutungen der Begriffe, je nach Quelle, teils deutlich unterscheiden. So versteht z. B. DIN 31 051 [95] unter einem Fehler die Unfähigkeit, eine geforderte Funktion zu erfüllen. Meist ist aber eine schärfere Definition sinnvoll. So kann ein Fehler auch als Abweichung vom Sollzustand über einen festgelegten Schwellenwert hinaus definiert sein. Dies tritt in der Regel deutlich früher ein und erlaubt eine Reaktion, bevor es zum vollständigen Ausfall kommt. Zu bemerken ist, dass im Bereich der Schwingungsberuhigung jede Abweichung vom Sollzustand als Fehler verstanden wird. Im Bereich der Fehlererkennung stellt Isermann [37] ein umfassendes Vokabular vor, welches allerdings nicht von allen anderen Autoren identisch genutzt wird. Unabhängig von der genauen Definition des Fehlers unterscheidet man zwischen drei Stufen der Fehlererkennung. Im einfachsten Fall erfasst die Fehlererkennung die Art des Fehlers. Darüber hinaus kann der Ort des Fehlers lokalisiert werden. Die dritte Stufe ist die Quantifizierung des Fehlers. Darüber hinaus ist eine Prognose zukünftiger Fehlerzustände möglich. Lee et al. [50] geben einen Überblick über den aktuellen Stand der Forschung zur Fehlererkennung- und Prognose an rotierenden Maschinen. Die Literatur bezüglich allgemeiner Methoden zur Fehlererkennung ist im Kontext dieser Dissertation weniger von Interesse.

Einige der bereits diskutierten Quellen beschäftigen sich hingegen mit der Fehlererkennung in Planetengetrieben anhand deren Schwingungen. So diskutieren die Beiträge [7, 44, 68] einen im regulären Betrieb entstandenen Riss im Planetenträger eines militärisch genutzten Helikopters. Die beiden Beiträge [24, 67] stützen sich hingegen auf Laborversuche, in denen sie einzelne Zähne absichtlich beschädigen. Dabei ist allerdings kein genauer Vergleich der beiden Versuchsanordnungen möglich. Schließlich findet sich bei [13] ein rein rechnerische Untersuchung des Einflusses von Fertigungsabweichungen auf die Schwingungen von Planetengetrieben, wobei die erhaltenen Ergebnisse allerdings keine Ähnlichkeit mit den experimentellen Ergebnissen anderer Autoren aufweisen. Auch Inalpolat und Kahraman [36] präsentieren einen Beitrag zu Thema der Fertigungsabweichungen.

Zusammenfassend betrachtet, konnte bislang kein vollständiges Verständnis der Schwingungen von Planetengetrieben erreicht werden. Gerade die von Parra und Vicuña sowie die von Feng und Zuo gewählten starken Schäden führen zu einer deutlichen Änderung der beobachteten Schwingungen – ob dies ein tieferes Verständnis erzeugt, ist zu bezweifeln. Es ist daher das Ziel dieser Dissertation, die Schwingungen realer Servo-Planetengetriebe zu verstehen. Abweichungen vom idealen Zustand sind dabei nur im Rahmen üblicher Fertigungsabweichungen von Interesse.

2.5 Forschungsfragen

Anhand der Erkenntnisse, Lücken und auch Widersprüche der analysierten Literatur lassen sich nun konkrete Forschungsfragen formulieren. Dabei ergeben sich drei übergeordnete

Fragestellungen:

1. Welche Methoden können die Schwingungen von marktüblichen Servo-Planetengetrieben experimentell erfassen und mathematisch modellieren? Welche Schwingungen kann man an diesen Getrieben experimentell erfassen?
2. Stimmen die gefundenen Ergebnisse mit der Literatur überein? Welche Vorhersagen der Literatur treffen zu; welche Abweichungen bestehen?
3. Was sind die Ursachen bzw. wichtigsten Einflussfaktoren der beobachteten Modulation? Ist es möglich diese Erklärung praktisch anzuwenden? Welche Aussagen können anhand der Schwingungen über ein konkretes Getriebe getroffen werden?

Aus diesen übergeordneten Forschungsfragen ergeben sich zunächst eine Reihe mittelbarer Fragestellungen. Das anschließende Kapitel wird sich mit dem Aufbau eines Experiments zur Schwingungsmessung beschäftigen. Von zentraler Bedeutung für die experimentelle Untersuchung ist auch die Auswahl der zu untersuchenden Getriebe. Auch die Methoden zur Auswertung der Experimente können einen wissenschaftlichen Beitrag leisten. Aufgrund der bereits aufgedeckten Widersprüche innerhalb der bestehenden Literatur ist die Konsistenz der Ergebnisse dieser Untersuchung mit denen der Literatur von besonderem Interesse.



3 Aufbau und Ablauf der Experimente

Dieses Kapitel behandelt die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente. Zunächst folgt eine detaillierte Vorstellung der untersuchten Planetengetriebe. Anschließend geht dieses Kapitel auf den Versuchsaufbau ein, wobei der Fokus ausschließlich auf der Untersuchung der Schwingungen liegt. Der Einsatz des verwendeten Prüfstands zur aktiven Schwingungsminderung ist durch Zech [83] beschrieben. Eine wichtige Fähigkeit des Prüfstands ist es, die Wellen der Lastmaschinen mit denen der Prüfgetriebe genau ausrichten zu können. Dies verhindert, dass die Wellenausgleichskupplungen unerwünschte Störungen verursachen. Abschließend folgt eine Beschreibung des Ablaufs der Versuche.

3.1 Untersuchte Getriebe

Gegenstand der Untersuchung sind Servo-Planetengetriebe. Dafür bestehen eine Reihe an Gründen: Zunächst ist diese Klasse der Planetengetriebe zwar weit verbreitet, aber nur wenig wissenschaftlich untersucht. Es liegt nur eine relevante Quelle [14] hierzu vor, während für größere Getriebe aus der Luftfahrt, Automobilbranche und Energieerzeugung eine Vielzahl einschlägiger Beiträge vorliegen. Weiterhin sind Servo-Planetengetriebe von verschiedenen Anbietern gut am Markt verfügbar. Daher ist es mit vertretbarem Aufwand möglich, mehrere und sogar unterschiedliche Getriebe zu untersuchen. Das stellt eine deutliche Verbesserung zu den bisherigen Untersuchungen dar, welche sich meist aus Kostengründen auf ein einzelnes Getriebe stützen müssen. Die Untersuchung eines einzelnen Getriebes gefährdet die Validität der Untersuchung. Wenn nur eine Realisierung des Getriebes vorliegt, ist es nur schwer möglich, die Auswirkungen der Fertigungsabweichungen von den allgemeinen Eigenschaften des Planetengetriebes zu trennen. Letztlich ist auch die geringe Größe der untersuchten Getriebe sehr vorteilhaft. So können die Kosten in einem vertretbaren Rahmen gehalten werden. Zudem ist so auch möglich, die Getriebe bei voller Last zu untersuchen, was in den Experimenten der Literatur oft nicht der Fall ist.

Alle zur Untersuchung verfügbaren Getriebe sind in Abbildung 3.1 zu sehen. Die sichtbaren Kabel dienen zum Anschluss der nachträglich angebrachten Temperatursensoren. Die technischen Daten der Getriebetypen sind in Tabelle 3.1 zu finden. Die Hersteller sind anonymisiert, um Interessenskonflikte zu vermeiden. Mit dem Hersteller H1 besteht eine Kooperation. Dadurch liegen für den Getriebetyp A detaillierte Daten vor, während zu den anderen Getrieben nur die Kenngrößen der Kataloge sowie die experimentell ermittelten Eigenschaften vorliegen. Die Abmessungen und die Massen der Getriebe unterscheiden

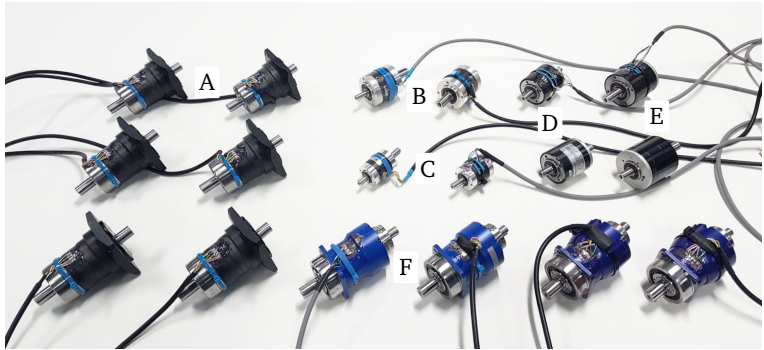


Abbildung 3.1: Zur Verfügung stehende Getriebe.

sich teils deutlich. Eine große Unsicherheit besteht bezüglich der maximalen Drehzahlen. Hier bestehen zwei verschiedene Beschränkungen: Erstens kann das Getriebe aufgrund der Fliehkräfte der Planetenräder oder der Wälzkörper in den Lagern geschädigt werden. Hersteller H1 weist die daraus resultierenden Drehzahlen explizit aus, weshalb die tabellierten Werte hier sehr groß sind. Die zweite Beschränkung der Drehzahl liegt in der Erwärmung der Getriebe begründet. Hersteller H2 und H3 scheinen die maximale Drehzahl unter diesem Gesichtspunkt zu spezifizieren. Im Rahmen dieser Arbeit muss die spezifizierte Maximaldrehzahl als irrelevant betrachtet werden. Für die Getriebetypen A, B und C liegt sie bereits außerhalb des relevanten Bereichs, während die für D und E spezifizierten 4000/min mit Sicherheit für begrenzte Zeit überschritten werden können. Stattdessen ist es sinnvoller, die Temperatur der Getriebe im Betrieb zu überwachen und eine Oberflächentemperatur von 60 °C nicht zu überschreiten. Die verschiedenen Hersteller ermitteln das maximale Moment am Abtrieb wahrscheinlich ebenfalls nicht nach identischen Kriterien. Im Gegensatz zur Drehzahl liegt für die Grenzen des Moments keine tiefere Einsicht in die Methoden oder Beweggründe der Hersteller vor. Um eine Schädigung der Getriebe auszuschließen, darf das spezifizierte Moment nicht überschritten werden. Andernfalls wäre die Wiederholbarkeit der Experimente gefährdet.

Die tabellierten Zahnzahlen erfordern eine tiefer gehende Erklärung: Nur für den Hersteller H1 liegen Angaben bezüglich der Zahnzahlen vor. Die Zahnzahlen der anderen beiden Hersteller müssen daher anhand der gemessenen Schwingungen und weiteren Überlegungen ermittelt werden. Da im weiteren Verlauf der Dissertation vor allem das Getriebe A dieses Herstellers von Interesse ist, soll die Herleitung der Zahnzahlen anhand der beobachteten Schwingungen hier nur in den Grundzügen ohne Anspruch auf Vollständigkeit geführt werden. Im ersten Schritt kann die nominelle Zahneingriffsordnung aus Messdaten auf einen engen Bereich eingegrenzt werden. Auch wenn aufgrund der

Tabelle 3.1: Technische Daten der untersuchten Getriebe.

Getriebe	A	B	C	D	E	F
Hersteller	H1	H1	H1	H2	H2	H3
Durchmesser ^b	60 mm	60 mm	41 mm	65 mm	58 mm	68 mm
Länge ^b	97 mm	60 mm	50 mm	63 mm	55 mm	110 mm
Masse ^b	2,25 kg	0,82 kg	0,29 kg	1,31 kg	0,81 kg	1,96 kg
Max. Eingangsdrehzahl ^a	14 000/min	13 000/min	18 000/min	4000/min	4000/min	6000/min
Max. Abtriebslast ^a	65 Nm	28 Nm	11 Nm	18 Nm	12 Nm	17 Nm
Verzahnungsart ^a	gerade	gerade	gerade	gerade	gerade	schräg
Übersetzung i	5	3	3	3	3	3
Zähnezahl Hohlrad	-84 ^a	-84 ^a	-84 ^a	-108 ^c	-96 ^c	-108 ^c
Zähnezahl Sonnenrad	21 ^a	42 ^a	42 ^a	54 ^c	48 ^c	54 ^c
Zähnezahl Planetenräder	31 ^a	21 ^a	21 ^a	27 ^c	24 ^c	27 ^c
Verdrehspiel ^a	3'	10'	15'	15'	15'	4'
Anzahl der Exemplare	6	2	2	2	2	2

^a Herstellerangaben

^b gemessen

^c ermittelt

Modulation mehrere Ordnungen in den Signalen enthalten sind, sind signifikant angeregte Ordnungen in der unmittelbaren Nähe der nominellen Zahneingriffsordnung zu finden. Wie in Gleichung (1.5)

$$k_{\text{nom}} = |Z_2| \quad ,$$

beschrieben, ist die nominelle Zahneingriffsordnung unmittelbar mit der Zähnezahl des Hohlrads verbunden. Für die zwischen Sonnenrad und Planetenträger wirksame Übersetzung eines Planetengetriebes mit fixiertem Hohlrad gilt

$$i = \frac{|Z_2|}{Z_1} + 1 \quad . \quad (3.1)$$

Da sowohl die Zähnezahl des Hohlrads Z_2 als auch die des Sonnenrads Z_1 ganzzahlig sind, lassen sich für die vorliegenden Übersetzungen die möglichen Werte für die Zähnezahl des Hohlrads weiter eingrenzen. Es stellt sich heraus, dass für alle Getriebe die Zähnezahl des Hohlrads ein ganzzahliges Vielfaches der Zahl 12 ist.

$$Z_2 \in \{-84, -96, -108\} \quad (3.2)$$

Bei gegebener Übersetzung stehen dann auch die Zähnezahlen der Sonnenräder fest.

Gleichung (3.1) zeigt, dass die Übersetzung unabhängig von der Zähnezahl der Planeten ist. Wie bereits für die nominelle Zahneingriffsordnung, ist auch hier die Zähnezahl der Planeten Z_p irrelevant. Das bedeutet jedoch nicht, dass diese beliebige Werte annehmen kann, da die Planetenräder mit dem Hohlrad und dem Sonnenrad kämmen müssen. Nach Klocke und Brecher [46] gilt für die Zähnezahl der Planeten

$$Z_p = \frac{|Z_2| - Z_1 + g}{2} \quad (3.3)$$

worin die Variable g immer so zu wählen ist, dass Z_p einen ganzzahligen Wert annimmt. Bei der Wahl des Wertes für g besteht ein geringer Spielraum. Eine Verkleinerung des Werts erfordert eine höhere Profilverschiebung, um den Achsabstand zu überbrücken. Die Profilverschiebung ist jedoch begrenzt, weshalb g innerhalb enger Grenzen liegen muss. Nimmt man für die Planetenräder mit unbekannter Zähnezahl in den Getriebetypen D, E und F $g = 0$ an, so ergeben sich die tabellierten Werte. Eine genauere Kenntnis würde es erfordern, die Getriebe zu demontieren. Da die Zähnezahl der Planeten dieser Getriebe für die weitere Untersuchung ohne Konsequenz ist, wurde davon abgesehen.

Wie auch durch Klocke und Brecher [46] erwähnt, versuchen die meisten Auslegungen möglichst teilerfremde Zähnezahlen zu verwenden. Dadurch wird erreicht, dass nicht immer die gleichen Zähne aufeinander treffen. Das verbessert einerseits die Geräuschentwicklung, da so die Periode der Bewegung maximiert wird, was die Anregung im Frequenzbereich spreizt. Andererseits verbessert dies auch die Lebensdauer, da eine Schädigung eines Zahns nicht immer wieder mit dem gleichen Gegenzahn in Kontakt kommt.

Die Prüfgetriebe der Tabelle 3.1 verletzen dieses Prinzip in eklatanter Weise: Für die Übersetzung von $i = 3$ beträgt der kleinste gemeinsame Teiler der Zähnezahlen nur drei, womit alle Glieder der Getriebe bereits nach einer Umdrehung des Planetenträgers in ihre Ausgangslage zurückkehren.

Wie bereits in einem bestehenden Beitrag [87] geschildert, sind Getriebe mit teilerfremden Zähnezahlen als Katalogprodukte fast nicht am Markt erhältlich. Somit kann nur geschlossen werden, dass die meist ganzzahligen Übersetzungen der Katalogprodukte den Bedürfnissen der Kunden besser entsprechen als die sich bei teilerfremder Auslegung ergebenden nicht-ganzzahligen Werte. Es sind zwei Gründe dafür denkbar. Der erste unterstellt eine Informationsasymmetrie: Die Hersteller verfügen über ein tiefes Verständnis der Getriebetechnik; die Kunden jedoch nicht zwingend. Nicht alle Kunden würden somit den Vorteil einer nicht-ganzzahligen Übersetzung erkennen. Aber auch ein anderer, plausiblerer Grund ist denkbar: Standardisierte Übersetzungen erleichtern den Austausch von Komponenten oder gar Lieferanten und die Baureihenentwicklung. In jedem Fall ist das Vorliegen von ganzzahligen Übersetzungen ein typisches Merkmal der untersuchten Getriebe und keinesfalls ein Auslegungsfehler. Vor diesem Hintergrund wird auch klar, warum die Zähnezahlen der Hohlräder ein Vielfaches von 12 betragen: So kann für mehrere Getriebe des Katalogs die gleiche Geometrie des Hohlrads verwendet werden. Das steigert die Wirtschaftlichkeit, da die Fertigung der Hohlräder weniger flexibel als das Wälzfräsen und Wälzschleifen der Außenräder ist.

Mit Getriebetyp F steht eine schrägverzahnte Auslegung zur Verfügung. Ein wesentlicher Unterschied zwischen den Getrieben ist zudem im Verdrehspiel zu sehen. Genau wie Getriebetyp F weist auch Getriebetyp A ein im Vergleich reduziertes Spiel auf. Aus Kundensicht ist dies ein Qualitätsmerkmal, weil dadurch die Präzision reversierender Antriebe stark gesteigert werden kann. Allerdings birgt das sehr geringe Spiel auch die Gefahr, dass sich die Verzahnung verklemmt, d. h. dass sowohl Linksflankenpaare als auch Rechtsflankenpaare gleichzeitig in Kontakt kommen. Typischerweise verfügen Getriebe mit reduziertem Verdrehspiel zudem über steifere Lagerungen. Die Lagerung ist in Tabelle 3.1 nicht angegeben, weil sie für die Untersuchung von zu geringer Bedeutung ist. Es muss aber darauf hingewiesen werden, dass die Lagerung für den praktischen Einsatz der Getriebe sehr wichtig ist.

3.2 Aufbau des Prüfstands

Abbildung 3.2 zeigt eine Zeichnung des verwendeten Prüfstands. Zusätzliche Fotografien finden sich im Anhang auf Seite 137. Der Prüfstand ist modular aufgebaut und kann verschiedene Untersuchungsziele abbilden. Neben der Untersuchung des Schwingungsverhaltens von Planetengetrieben ist er auch zu aktiver Schwingungsminderung mittels piezoelektrischer Inertialmassenaktoren in der Lage. Dies ist jedoch nicht Gegenstand der vorliegenden Dissertation sondern durch Zech [83] bzw. Zech et al. [89] beschrieben. Die

dazu nötigen Aktoren, Verstärker und Anbauteile sind daher in der folgenden Beschreibung nicht dargestellt. Das Grundprinzip des Prüfstands ist sehr einfach: Ein elektrischer Motor treibt das Getriebe an. Eine Ausgleichkupplung überträgt das Motormoment an eine Messwelle, welche wiederum über eine weitere Kupplung das Antriebsmoment zur Antriebswelle des Getriebes leitet. Das Getriebe überträgt die mechanische Leistung mit geänderter Drehzahl an seine Abtriebswelle. Auch dort ist über eine Kupplung eine Messwelle angeschlossen. Eine letzte Kupplung leitet die Leistung dann in die Bremse, welche die mechanische Leistung in Wärme wandelt. Somit sind Drehzahl und Drehmoment am Getriebe unabhängig einstellbar.

Als Antrieb kommt ein Asynchronmotor des Typs Bosch Rexroth MAD100D-0250 zum Einsatz. Der Antrieb ermöglicht eine bauartbedingte maximale Drehzahl von 11 000/min, wovon allerdings nur maximal 10 000/min verwendet werden. Der Antrieb weist eine Bemessungsleistung von 13,1 kW auf, wodurch er in der Lage ist, alle untersuchten Getriebe im jeweiligen Volllastbereich zu bewegen. Auf der Abtriebsseite kommt eine Wirbelstrombremse des Typs Weka MT10.1 zum Einsatz. Die Bremse kann dauerhaft eine Leistung von 12 kW dissipieren und verfügt in den meisten Betriebspunkten über ein Bremsmoment von mehr als 50 Nm. Die Wirbelstrombremse weist zwei Nachteile auf: Erstens kann sie ein Lastmoment erst ab einer Drehzahl von 50/min stellen. Zweitens wandelt sie die Bremsleistung in Wärme um, anstatt diese zurück zu gewinnen. In ähnlichen Prüfständen kommen zunehmend elektrische Maschinen im Generatorbetrieb als Bremse zum Einsatz, welche diese Nachteile nicht aufweisen. Dennoch ist in diesem Fall die Wirbelstrombremse vorzuziehen, weil sie durch ihre Bauart ein ideal gleichförmiges Bremsmoment bietet. Somit ist sichergestellt, dass die Bremse keine zusätzlichen Torsionsschwingungen erzeugt. Die Regelung der gemeinsam rotierenden Komponenten erfolgt dezentral durch die Leistungselektroniken des Motors und der Bremse. Der Motor läuft drehzahl geregelt, während die Bremse momentengeregt ist. Dazu misst die Bremse fortlaufend das Stützmoment an deren Stator.

Zusätzlich zu den dargestellten Komponente existieren weitere Bauteile und Geräte, welche aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht in Abbildung 3.2 enthalten sind. Die elektrischen und elektronischen Komponenten sind in Schaltschränken bzw. Gehäusen untergebracht. Der Prüfstand ist von einem Berühr- bzw. Berstschutz umgeben. Dieser ist abschließbar und ermöglicht es, auch längere Versuche sicher auszuführen. Über dem Getriebe befindet sich ein ferngesteuerter Ventilator, welcher das Getriebe bei Bedarf kühlt. Der Prüfstand enthält einen Echtzeitrechner der Firma Speedgoat, welcher den Versuchsablauf steuert und die Daten aller Sensoren aufzeichnet. Der Rechner ist softwareseitig in Matlab und Simulink integriert und ermöglicht eine schnelle und komfortable Entwicklung von Regelungsalgorithmen. Zudem verfügt er über eine sehr hohe Rechenleistung, welche zum Zeitpunkt der Drucklegung nur von FPGA-basierten Lösungen¹ signifikant

¹ Sog. Field Programmable Gate Arrays bieten eine stärker parallelisierbare Ausführung von Regelungsalgorithmen, wodurch Zyklus- und Totzeit verbessert werden können, sind allerdings weniger flexibel programmierbar.

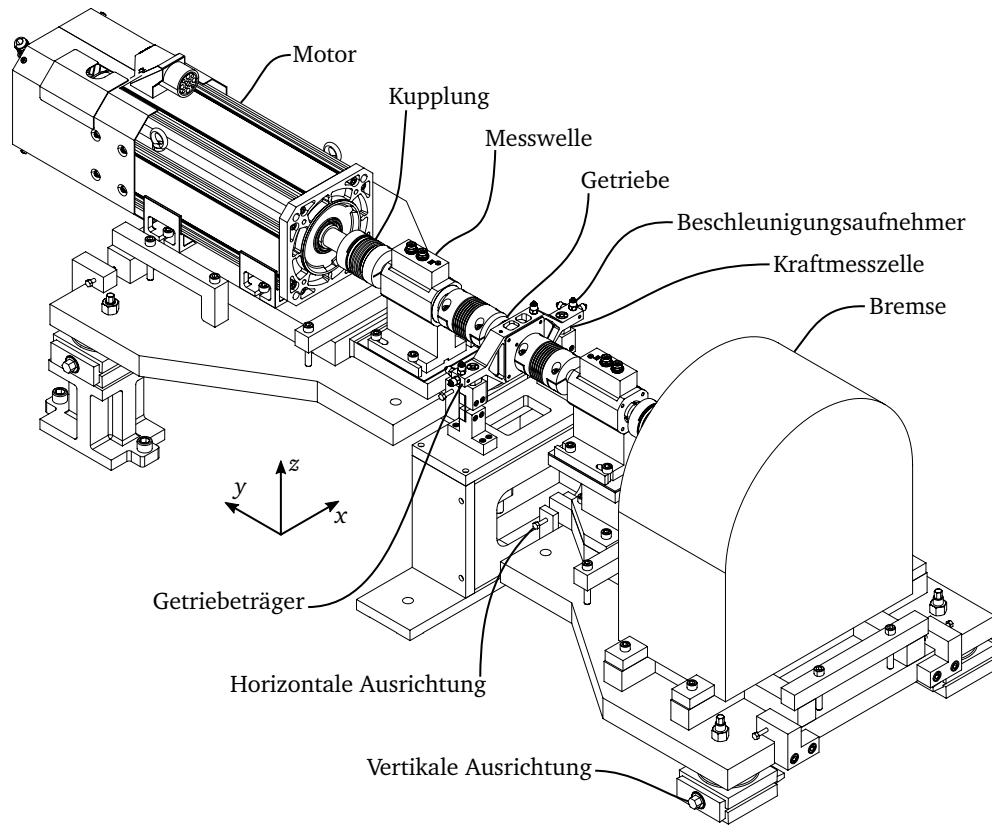


Abbildung 3.2: Zentrale Komponenten des Prüfstands.

übertroffen wird. Diese Eigenschaften sind für die Untersuchungen durch Zech [83] nötig. Für die Zwecke dieser Dissertation würde auch ein leistungsschwächeres Modell ausreichen. Wichtig ist hier nur eine ausreichende Anzahl an Aufzeichnungskanälen mit einer Abtastrate von mindestens 80 kHz.

Abbildung 3.3 zeigt eine Detailansicht der unmittelbaren Umgebung der Prüfgetriebe. Der Getriebetyp A kann direkt mit dem Getriebeträger verschraubt werden; für alle anderen Getriebe kommen Adapter zum Einsatz. In der Zeichnung ist Getriebetyp B dargestellt. Am Hohlrad des Getriebes fällt im Betrieb die Differenz zwischen dem Eingangs- und dem Ausgangsmoment an. Der Getriebeträger stützt dieses Differenzmoment über zwei Kraftmesszellen gegenüber der Umgebung ab. Die Abbildung zeigt zudem ein Achskreuz mit den Raumrichtungen x , y und z . Das Moment um die x -Achse muss von den Kraftsensoren als Biegemoment aufgenommen werden. Aufgrund ihrer Vorspannung sind die Kraftsensoren in der Lage, auch eine moderate Biegung zu ertragen. Eine elastische Biegeentlastung sorgt zudem dafür, dass die Last den zulässigen Bereich nicht überschreiten kann. Die Steifigkeit der Biegeentlastung ist durch eine Variation der Stärke der Blattfeder einstellbar. Bei der Verwendung feingewuchteter Kupplungen und sorgfältiger Wellenausrichtung kann diese auf so große Werte erhöht werden, dass es im Betrieb nicht zu einer Pendelbewegung des Getriebeträgers und der Getriebe kommt. Der Getriebeträger ist mit Hilfe einer Finite-Elemente-gestützten Optimierung so gestaltet, dass er eine maximale Steifigkeit bei minimaler Masse aufweist. Er ist zudem aus einem hochfesten Aluminiumwerkstoff gefertigt. Wie in der Veröffentlichung [84] gezeigt, kann der Getriebeträger trotz dieser Bemühungen im relevanten Frequenzbereich nicht als starr gelten. Der Versuch, den Prüfstand bis in den Kilohertz-Bereich starr auszulegen, muss als unrealistisch bewertet werden. Stattdessen versucht die gewählte Auslegung die Dynamik des Getriebeträgers so zu gestalten, dass dieser gegenüber den restlichen Komponenten von untergeordneter Bedeutung ist.

Abbildung 3.3 zeigt die in der weiteren Diskussion wichtigsten Schwingungssignale. Diese sind – unabhängig davon, ob es sich jeweils um eine Beschleunigung, eine Kraft oder ein Moment handelt – mit dem Formelzeichen v gekennzeichnet. Die Indizes weisen auf die Natur des Signals hin. Die Kraftmesszellen sind in der Lage, die dreidimensionalen lokalen Schnittkräfte v_{Fx1} , v_{Fy1} , v_{Fz1} , v_{Fx2} , v_{Fy2} und v_{Fz2} zu erfassen. Als Sensortyp wurden piezoelektrische Kraftsensoren ohne integrierte Ladungsverstärker gewählt. Diese bieten eine erhöhte Genauigkeit bei niedrigen Lasten im Vergleich zu piezoelektrischen Sensoren mit integriertem Ladungsverstärker oder Sensoren auf der Basis von Dehnungsmessstreifen. Das liegt daran, dass Ladungsverstärker strenggenommen keine Verstärker, sondern Messwandler sind. Sie nehmen jede Ladungsverschiebung des piezoelektrischen Elementarsensors sofort auf, speichern diese intern und geben eine zur verschobenen Gesamtladung proportionale Spannung aus. Externe Ladungsverstärker ermöglichen es, die Wandlungskonstante zwischen Ladungsverschiebung und Ausgangsspannung einzustellen und so den nutzbaren Messbereich zu steuern. Die gewählten Sensoren des Typs Kistler 9027C können Kräfte von bis zu 4 kN, in z -Richtung sogar 8 kN erfassen. Es ist nicht

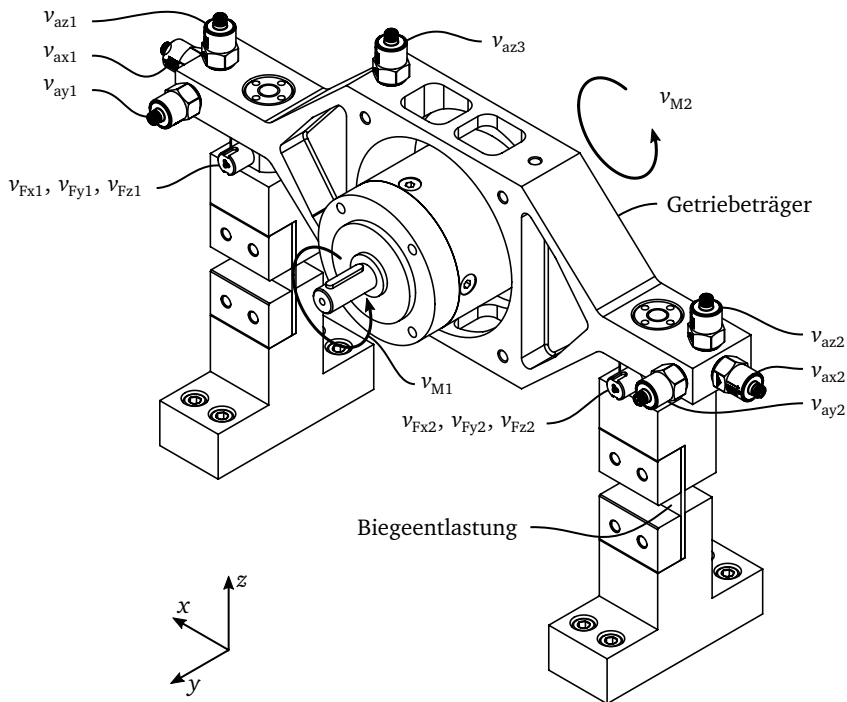


Abbildung 3.3: Anordnung der Schwingungssensoren.

möglich, Sensoren mit kleinerem maximalen Messbereich zu wählen, da der maximale Messbereich und die Festigkeit der meisten Kraftsensoren in engem Zusammenhang stehen. Stellt man eine geeignete Wandlungskonstante an den Ladungsverstärkern ein, kann das Rauschen weit unter eine Amplitude von 1 N gesenkt werden. Dadurch sinkt allerdings die maximal erfassbare Kraft. Als Ladungsverstärker kommt das Modell MMF M68D3 zum Einsatz. Es bietet einen separaten Anschluss für das Erdniveau der Signalspannungen, was die Genauigkeit weiter erhöht. Zudem sind einstellbare Hoch- und Tiefpassfilter im Gerät enthalten.

Neben den Schnittkräften sind vor allem die Oberflächenbeschleunigungen von Interesse. Hierzu erfassen insgesamt sieben Sensoren die Signale v_{ax1} , v_{ay1} , v_{az1} , v_{ax2} , v_{ay2} , v_{az2} und v_{az3} . Hier kommt der Sensortyp MMF KS78B.10 zum Einsatz. Es handelt sich um piezoelektrische Beschleunigungssensoren mit integriertem Ladungsverstärker. Levinzon [51] beschreibt das Prinzip sehr ausführlich. Das Übertragungsprinzip ist im Vergleich

zum Einsatz externer Ladungsverstärker günstiger und robuster. Der Messbereich lässt sich allerdings nicht einstellen, sondern ist durch den Sensortyp festgelegt. Anders als Kraftsensoren befinden sich die Beschleunigungssensoren nicht im Kraftfluss, weswegen Sensoren mit passendem Messbereich ohne Beschränkungen einsetzbar sind. Da die Ladungsverstärker bereits in den Sensoren enthalten sind, wird zudem nur ein Verstärker nach dem IEPE-Standard² benötigt. Hierzu kommt der Typ MMF M208B zum Einsatz. Dessen wichtigsten Funktionen sind die Stromversorgung der Sensoren und die Tiefpassfilterung der Signale, um Aliasing entgegenzuwirken. Auch dieses Gerät verfügt über einen dedizierten Masseanschluss für die Signale, was in diesem Aufbau zwingend erforderlich ist. Ladungsverstärker und IEPE-Verstärker befinden sich in einem abgeschirmten Gehäuse, da sonst die elektrischen Störungen aus Antrieb und Bremse die Signale unzulässig beeinflussen würden.

Zusätzlich zu den Kräften und Beschleunigungen sind die Momente an An- und Abtrieb von großem Interesse. Im Gegensatz zu den erstgenannten Größen beziehen sich diese auf ein rotierendes Bezugssystem. Für dort zu beobachtenden Schwingungen ist daher keine Modulation zu erwarten. Der Prüfstand verfügt über zwei Messwellen, um das Antriebsmoment v_{M1} und das Abtriebsmoment v_{M2} zu erfassen. Die Messwellen sind in Abbildung 3.2 dargestellt, während Abbildung 3.3 lediglich die Schnittmomente andeutet. Bei der Auswahl der Messwellen ist eine möglichst hohe maximal erfassbare Frequenz des gemessenen Moments erforderlich. Deshalb fällt die Auswahl auf den Typ Kistler 4503b, welcher bis zu 10 kHz verarbeiten kann. Gerade im Vergleich zur Bandbreite der Beschleunigungssensoren erscheint dieser Wert gering; alternative Produkte verfügen allerdings über deutlich geringere Grenzfrequenzen. Die Bandbreite ist für die Zwecke der Untersuchung ausreichend, da die nominelle Zahneingriffsfrequenz 4,7 kHz nicht übersteigt. Die gewählten Messwellen können Momente bis zu 50 Nm erfassen. Das Messprinzip basiert auf Dehnungsmessstreifen. Zudem enthalten die Messwellen inkrementelle Winkelgeber. Aufgrund der nötigen Telemetrie ist die Signalverarbeitung in den Geräten integriert und benötigt keine zusätzlichen Filter oder Verstärker.

Neben diesen insgesamt 15 zentralen Schwingungssignalen stehen weitere Sensoren zu Verfügung. So wird der Winkel des Planetenträgers φ zusätzlich zur Messwelle an der Bremse durch einen weiteren inkrementellen Winkelgeber abgetastet. Es handelt sich um den Typ Wachendorff WDG 100H-32-16384. Dieser verfügt über eine Maßverkörperung, anhand welcher der Wellenwinkel gemessen wird mit einer Teilung von 16 384 Schritten, wodurch der Winkelgeber insgesamt 65 536 verschiedene Winkellagen unterscheiden kann. Weiterhin erfasst ein Mikrophon den erzeugten Schalldruck. Dessen Positionierung erfolgt allerdings manuell und es besteht keine Schallisolierung. Deshalb ist dessen Unsicherheit als weitaus größer als die der bisher genannten Sensoren zu beurteilen. Es wird in den folgenden Kapiteln nicht weiter diskutiert. Jedes Getriebe ist zudem mit

²Sensoren nach dem (I)ntegrated-(E)lectronics-(P)iezo-(E)lectric-Standard benötigen nur zwei elektrische Leiter, über welche die Signale und die Versorgungsspannung gleichzeitig übertragen werden.

Tabelle 3.2: Kernkomponenten des Prüfstands.

Komponente	Typ	Anzahl
Beschleunigungsaufnehmer	MMF KS78B.10	7
Messwellen	Kistler 4503b	2
Mikrofon	PCB 378B02	1
Kraftsensor	Kistler 9027C	2
Winkelgeber	Wachendorff WDG 100H-32-16384	1
Metallbalgkupplung	R+W BKH-60-93	2
Bogenzahnkupplung (alternativ)	KTR Bowex 28 CM	2

zwei Temperatursensoren des Typs PT1000 ausgestattet. Diese sind mit einem wärmeleitfähigen Klebstoff aus Epoxidharz-Basis direkt auf der Oberfläche der Getriebegehäuse appliziert. Eine Abdeckung aus Silikon schützt die Klebe- und Lötstellen und bietet eine ausreichende Wärmeisolierung, damit die Sensoren die Temperatur des Metalls, nicht die der Luft abbilden. Abschließend fasst Tabelle 3.2 die Kernkomponenten des Prüfstands zusammen.

3.3 Kupplungen und Wellenausrichtung

Die Kupplungen zwischen den Messwellen und den Getriebewellen haben einen stärkeren Einfluss als unmittelbar ersichtlich, vor allem an der Antriebsseite der Prüfgetriebe. Die Kupplungen dienen dazu, die nicht restlos vermeidbare Fehlausrichtung der Wellen zu überbrücken. Dabei entstehen unerwünschte Kräfte und Momente, welche auf die Wellen wirken und somit die getriebespezifische Modulation stören. Um den Einfluss dieser Störungen zu bewerten ist eine kurze Diskussion der Lagerung der Prüfgetriebe nötig: Die Position des Sonnenrads in der Ebene senkrecht zur Rotationsachse ist durch die drei Zahnflankenkontakte der drei Planetenräder eindeutig statisch bestimmt. Unter Annahme eines nicht weiter gelagerten Sonnenrads verteilt sich die Last auf alle Planetenräder gleichmäßig, sofern störende äußere Kräfte und Momente vernachlässigbar bleiben. Aufgrund des einfachen Prinzips bleibt diese Eigenschaft auch bei größeren Geometrieabweichungen erhalten. Eine gleichmäßige Lastverteilung zwischen den Planetenrädern ist ein wichtiges Auslegungsziel, weil jede Abweichung davon die Tragfähigkeit des Getriebes mindert. Das Lager der Sonnenwelle führt somit zu einer statisch überbestimmten Situation und kann die Tragfähigkeit des Getriebes beeinträchtigen. Deshalb sollte die Steifigkeit des Sonnenlagers möglichst klein gegenüber der Verzahnungssteifigkeit sein.

In Servogetrieben kommt als Sonnenlager meist ein einzelnes Rillenkugellager zum Einsatz, da dies die weichste praktisch sinnvolle Lagerung darstellt. Alternative Ansätze zur Verbesserung der Lastverteilung, wie etwa Verwendung eines flexiblen Planetenträ-

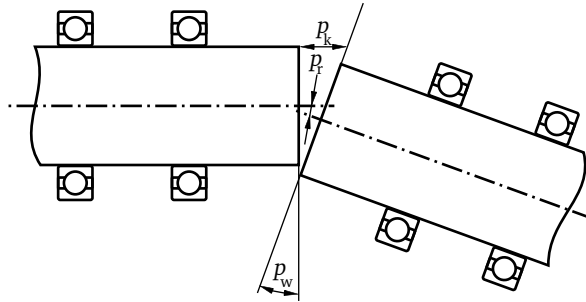


Abbildung 3.4: Fehlausrichtung zweier Wellen in einer der beiden relevanten Ebenen. Die Größe der Fehlausrichtung ist stark überzeichnet. Das radiale Maß p_r bezieht sich stets auf die Kupplungsmittelpunkt.

gers oder einer weichen Lagerung des Planetenträgers sind grundsätzlich möglich; in Servogetrieben allerdings unüblich. Die Abtriebswelle, d. h. die Welle des Planetenträgers, ist in der Regel deutlich steifer gelagert als die Antriebs- bzw. Sonnenwelle. Im hauptsächlich diskutierten Getriebetyp A kommen sogar zwei vorgespannte Kegelrollenlager zum Einsatz, wodurch eine sehr steife Lagerung erzielt wird. Somit ist klar, dass vor allem an der Abtriebswelle möglichst wenig Kräfte eingeleitet werden sollen, um Messergebnisse nicht zu verfälschen. Das bedeutet, dass die Messwellen möglichst exakt mit den Wellen der Prüfgetriebe ausgerichtet werden müssen. Nur so werden die Rückstellkräfte der Kupplungen minimal. Im praktischen Vorgehen ist es wenig sinnvoll, an An- und Abtriebswelle unterschiedliche Lösungen oder Anforderungen zu verfolgen. Während der Versuchsdurchführung sollen daher für beide Seiten der Getriebe die gleichen Genauigkeitsanforderungen gelten. Die eingeleiteten Kräfte und Momente sind durch zwei Faktoren bestimmt: Die Fehlausrichtung der Wellen und den Kupplungstyp. Zunächst soll der Begriff der Fehlausrichtung geklärt werden.

Ausgleichskupplungen müssen zwei verschiedene Arten von geometrischen Abweichungen überbrücken. Primäres Ziel ist die Fehlausrichtung der zu verbindenden Wellen. Hinzu kommen die Fehler der Welle-Nabe-Verbindungen, welche an späterer Stelle diskutiert werden. Die Fehlausrichtung zweier Wellen ergibt sich aus der geometrischen Beziehung der Rotationsachsen der Wellen zueinander. Die relative Lage zweier als Starrkörper abstrahierter Wellen im Raum lässt sich mit sechs skalaren Freiheitsgraden eindeutig beschreiben. Zwei dieser sechs Freiheitsgrade müssen nicht durch Verformungen der Kupplung ausgeglichen werden: Verschiebungen der Wellen in axialer Richtung und die relative Rotation der Wellen. Die vier verbleibenden Freiheitsgrade führen zu wechselnder Verformung der Ausgleichskupplung und werden daher als Ausrichtungsparameter verstanden. Die Ausrichtungsparameter sind dabei im stationären Bezugssystem definiert. Die

vier Parameter lassen sich in zwei unabhängige, zueinander senkrechte Ebenen aufteilen. Für den Prüfstand ist dies eine horizontale und eine vertikale Ebene. Abbildung 3.4 verbildlicht die Fehlausrichtung in einer beliebigen Ebene. Intuitiv lässt sich die Fehlausrichtung anhand der radiale Abweichung p_r in der Kupplungsmitte und des Neigungswinkels p_w beschreiben. In der Praxis findet sich jedoch meist, anstatt der winkligen Abweichung p_w , das Klaffungsmaß p_k . Das Klaffungsmaß beschreibt die axiale Relativbewegung der Hälften einer Kupplung an ihrer Außenfläche, während die radiale Abweichung als Relativbewegung in radialer Richtung wirksam wird. Das Klaffungsmaß bezieht sich entsprechend der üblichen Konvention auf einen fiktiven Kupplungsdurchmesser von 100 mm.

In der Praxis werden Wellen häufig durch das Unterlegen dünner Bleche unter die Füße der beteiligten Maschinen ausgerichtet. Diese Methode ist für die Ausrichtung der Messwellen zu den Getriebewellen jedoch zu umständlich, da dieser Vorgang bei jedem Wechsel des Prüfgetriebes nötig ist. Stattdessen verfügt der Prüfstand über gesonderte Vorrichtungen zur Wellenausrichtung. Abbildung 3.2 weist auf zwei dieser Vorrichtungen hin. Die Lastmaschinen sind dabei gemeinsam mit ihrer zugehörigen Messwelle auf einer Platte verschraubt, damit deren gegenseitige Ausrichtungen stets erhalten bleibt. Um die Messwellen mit den Wellen des Prüfgetriebes auszurichten, müssen diese Platten korrekt positioniert werden. Die Platten stehen deshalb auf jeweils drei höhenverstellbaren Füßen. Bewegt man eine Einstellschraube³, so verschiebt dies eine schiefe Ebene und reguliert die Höhe und den Winkel der jeweiligen Zusammenbaus. Ein zweiter Satz Schrauben bewegt die Lastmaschinen mitsamt ihren Messwellen in der Horizontalen. Die vertikalen und horizontalen Fehlausrichtungsparameter p_{rh} , p_{rv} , p_{kh} und p_{kv} können jederzeit mit einem lasergestützten Messsystem des Typs Easy Laser E420 überprüft werden. Alle vier Fehlausrichtungsparameter können so auf Werte unterhalb von 0,05 mm eingestellt werden, wobei die Wiederholgenauigkeit bei etwa 0,02 mm liegt. Für die durchgeführten Versuche liegen die abgelesenen verbleibenden Fehlausrichtungen typischerweise im Bereich von $-0,02$ mm bis $0,02$ mm und in jedem Fall innerhalb von $-0,05$ mm bis $0,05$ mm.

Zu der Fehlausrichtung der Wellen kommen die Abweichungen der Welle-Nabe-Verbindungen. Deren Beschreibung ließe sich analog zur Fehlausrichtung parametrieren, mit dem Unterschied, dass diese sich auf ein mit den Wellen umlaufendes Bezugssystem beziehen. Da eine Korrektur analog zur Wellenausrichtung nicht möglich ist, soll auf eine formale Beschreibung verzichtet werden. Diese Art von Geometrieabweichung entsteht vor allem durch einen exzentrischen Sitz der Kupplungsnaben auf den Wellen. Auch weitere Einflüsse wie etwa der Rundlauf der beteiligten Wellenabsätze in ihren Lagern spielen eine Rolle. Geometrieabweichungen im rotierenden Bezugssystem können praktisch nur durch Verwendung geeigneter Konstruktionsprinzipien und eine hohe Fertigungsqualität minimiert werden. Konkret bedeutet dies die Verwendung der besten am Markt verfügbaren Qualität und die Wahl geeigneter Welle-Nabe-Verbindungen. Für den vorliegenden Drehzahl- und Momentenbereich sind Klemmnaben technisch sinnvoll und am Markt gut

³In Abbildung 3.2 auf Seite 35 mit „vertikale Ausrichtung“ bezeichnet.

verfügbar. Passfedern sind zwar breit verfügbar, bei ausreichendem Wellendurchmesser aber nicht nötig. Aufgrund ihrer Unwucht sind Passfedern als nachteilig zu bewerten. Andere formschlüssige Prinzipien wie Vielkeilwellen sind am Markt nur schlecht verfügbar und somit auszuschließen. Der Getriebetyp A weist daher glatte Wellen auf.

Die meisten Ausgleichkupplungen sind einem der beiden meistverwendeten Wirkprinzipien zuzuordnen: entweder den elastischen Kupplungen oder den Kupplungen mit gleitendem Element. Weitere Prinzipien wie etwa magnetische Kupplungen sind möglich, aber wenig verbreitet. Elastische Kupplungen verformen sich infolge der Fehlausrichtung reversibel. Dabei entstehen proportional zur Verformung Rückstellkräfte. Vorteilhaft ist ihr linear-elastisches Verhalten zu sehen. Nachteilig wirkt sich allerdings aus, dass die Steifigkeit nicht beliebig absenkbar ist. Für den verwendeten Prüfstand ist z. B. die radiale Steifigkeit elastischer Kupplungen nicht unter einen Wert von 400 N/mm zu senken. Bei einer Fehlausrichtung von 0,05 mm würde eine Rückstellkraft von 20 N wirken.

Für das andere verbreitete Wirkprinzip sind insbesondere Bogenzahn- und Oldham-Kupplungen repräsentativ. Grundsätzlich übertragen diese Kupplungen das Wellenmoment über einen Zwischenkörper mittelbar formschlüssig. Der Zwischenkörper kann dabei eine Relativbewegung gegenüber den beiden Kupplungshälften ausführen. Beim Oldham-Prinzip handelt es sich um einen kreuzförmigen Schieber; bei der Bogenzahnkupplung um eine innenverzahnte Hohlwelle. Solange die verbundenen Wellen stillstehen, kommt es zu keiner Rückstellkraft – auch bei signifikanter Fehlausrichtung. Daher bieten Kupplungen mit gleitendem Zwischenstück potentiell wesentlich geringere unerwünschte Kräfte, als das mit dem elastischen Prinzip möglich ist. Allerdings ist die nötige Relativbewegung mit Reibung verbunden. Es kommt daher fortlaufend zu Losbrechvorgängen, wodurch auch bei diesem Wirkprinzip störende Kräfte entstehen.

Es ist somit unmöglich, die Entscheidung für eines der Kupplungsprinzipien allein anhand von theoretischen Überlegungen zu treffen. Der Einfluss dieser Entscheidung wurde daher experimentell untersucht. Als Kupplungen kamen die Metallbalgkupplung R+W BKH-60-93 und die Bogenzahnkupplung KTR Bowex 28 CM zum Einsatz. Dank der Kraftsensoren lassen sich die durch die Kupplungen hervorgerufenen wechselnden Kräfte beobachten.

Abbildung 3.5 zeigt die niederen Ordnungen der Kraftsignale⁴ v_{Fx1} für beide Kupplungstypen. Die gemessenen Kräfte in x-Richtung sind am besten zur Beurteilung der Kupplung geeignet, weil der Zusammenbau in diese Richtung steifer als die y-Richtung ist und, anders als in z-Richtung, hierüber das Differenzmoment nicht abgestützt wird. Die Daten wurden für jeden Kupplungstyp bei jeweils sechs verschiedenen Ausrichtungszuständen erfasst. Die Genauigkeit der Ausrichtung ist absichtlich geringer als während der eigentlichen Versuche, um eine Aussage über die Randbereiche des späteren Toleranzfelds zu ermöglichen. Für jeden Ausrichtungszustand wurden 20 Betriebspunkte, d. h.

⁴Siehe auch die Definition der Signale Abbildung 3.3 auf Seite 37. Die Ordnungszurlegung ist in Kapitel 4 im Detail erläutert.

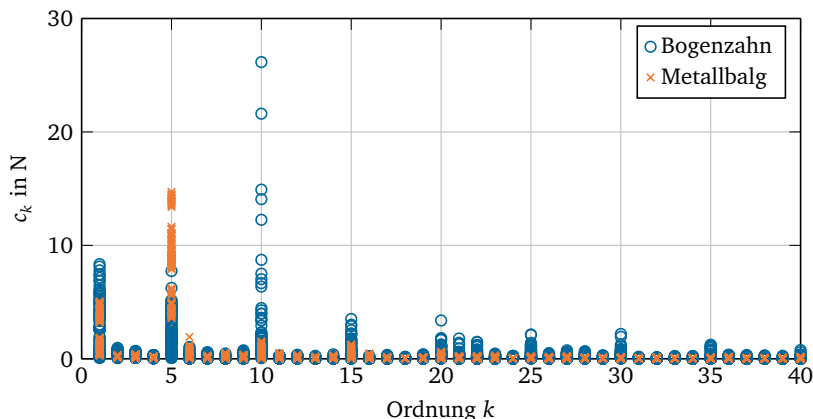


Abbildung 3.5: Gemessene Fehlausrichtungskräfte verschiedener Kupplungstypen.

unterschiedliche Kombinationen von Drehzahl und Lastmoment angefahren.

Die erste Ordnung ist der Kupplung an der Abtriebswelle bzw. dem Planetenträger zuzuordnen. Hier zeigt sich, dass die Metallbalgkupplung ein deutlich geringeres Störungs-niveau als die Bogenzahnkupplung aufweist. Betrachtet man die der Antriebswelle zuzuordnenden Ordnung 5, so kehrt sich die Aussage um. An der Antriebswelle, bzw. der Sonnenwelle zeigt die Metallbalgkupplung größere radiale Kräfte. Wahrscheinlich ist dies auf eine Unwucht zurückzuführen, da die Ausrichtung auf beiden Seiten des Getriebes vergleichbar genau ist, die Sonnenwelle aber schneller läuft. Trotz der geringeren Störungskräfte der Ordnung 5 ist die Bogenzahnkupplung als schlechter zu bewerten. Das liegt in den Störungen der Ordnung 10 begründet. Hier zeigt sich die nichtlineare Dynamik der Bogenzahnkupplungen. Aufgrund der Losbrechvorgängen kommt es teilweise zu Kraftamplituden, welche die aller anderen Ordnungen deutlich übersteigen. Neben den an sich großen Beträgen ist auch die starke Streuung mit einer Neigung zu extremen Ausreißern als problematisch zu sehen. Aufgrund dieser Erkenntnisse fällt die Entscheidung darauf, stets Metallbalgkupplungen zu verwenden. Der Einfluss der Kupplungswahl wird allerdings bei der Analyse der Wiederholgenauigkeit der Ergebnisse in Kapitel 5 aufgegriffen.

3.4 Ablauf der Experimente

Die bisherigen Abschnitte zeigen die Komponenten des Prüfstands im Detail. Mit diesen Informationen ist es nun möglich, den genauen Ablauf der Experimente darzustellen.

Die Experimente richten sich stets nach einem Versuchsplan. Bevor ein Versuchsplan beginnen kann, sind einige Vorbereitungen nötig. Zunächst muss das Getriebe auf dem Prüfstand montiert werden. Die Wellen werden dann mit Hilfe des Lasermessgeräts genau ausgerichtet. Wenn die Sensoren korrekt montiert und angeschlossen sind, kann der Prüfstand aufgewärmt werden. Dazu wird das Getriebe bei moderater Drehzahl und moderater Last für ungefähr 20 min betrieben, bis sich eine gleichmäßige Temperaturverteilung eingestellt hat, woraufhin der Versuchsplan beginnen kann. Hierbei stehen zwei grundsätzlich verschiedene Lastprofile zur Verfügung: Konstante Drehzahl oder konstante Winkelbeschleunigung. Die in dieser Arbeit verwendeten Daten wurden ausnahmslos bei konstanter Drehzahl aufgezeichnet. Hochläufe mit konstanter Winkelbeschleunigung kommen allerdings in einigen der bisherigen Untersuchungen [84, 85, 88] zum Einsatz. Daher beschränkt sich dieser Abschnitt auf die Darstellung stationärer Betriebsbedingungen.

Ein Versuchsplan ist als Folge von Betriebspunkten definiert. Ein einzelner Betriebspunkt ist durch die Parameter Eingangsdrehzahl, Bremsmoment und Temperatur eindeutig bestimmt. Die Betriebspunkte werden dabei in zufälliger Reihenfolge sequentiell angefahren. Es ist wichtig, die Reihenfolge zu randomisieren, um Trends infolge von Verschleiß statistisch von den Auswirkungen der Variablen Eingangsdrehzahl, Bremsmoment und Temperatur trennen zu können. Wären z. B. die Betriebspunkte nach der Drehzahl geordnet, so wären die Drehzahl und die zeitliche Abfolge statistisch abhängig. In dieser Arbeit verwendete Versuchspläne umfassen zwischen 200 und 1200 einzelne Betriebspunkte. Die Betriebspunkte können dabei auch mehrfach im Versuchsplan vorkommen, falls etwa die Streuung der Ergebnisse von besonderem Interesse ist.

Abbildung 3.6 zeigt ein Flussdiagramm zur Ausführung eines Versuchsplans. Nach den beschriebenen Vorbereitungen befindet sich das Getriebe im Stillstand. Der Echtzeitrechner lädt im ersten Schritt die Sollwerte für Eingangsdrehzahl, Bremsmoment und Temperatur. Anschließend überprüft er anhand der Temperatursensoren, ob sich die Temperatur des Getriebes in einem Bereich von $\pm 1\text{ }^{\circ}\text{C}$ um die Solltemperatur befindet. Da der Prüfstand nur über einfache Mittel zur Temperaturanpassung verfügt, stellt dies etwa die erreichbare Genauigkeit dar. Liegt die Temperatur unterhalb des Toleranzfelds, so fährt der Motor das Getriebe mit dem für das Getriebe erlaubten Drehzahlgradienten auf die maximal erlaubte Drehzahl. Jedes Getriebe weist für beide Größen unterschiedliche Werte auf. Es ist wichtig, das Getriebe nicht durch eine zu große Winkelbeschleunigung zu überlasten, da der Rotor der Bremse ein nicht vernachlässigbares Massenträgheitsmoment besitzt. Diese Drehzahl wird solange gehalten, bis die Temperatur die Solltemperatur erreicht hat. Liegt die Temperatur hingegen über dem Toleranzfeld, so wird die Antriebsdrehzahl auf 500/min eingestellt und der Ventilator eingeschaltet. Das Getriebe könnte im Stillstand noch schneller gekühlt werden; das könnte aber die Verteilung des Schmiermittels beeinträchtigen. Analog zum Heizen wird auch beim Kühlen der Zustand solange gehalten, bis die Solltemperatur erreicht ist.

Somit ist sichergestellt, dass die Temperatur innerhalb der tolerierten Grenzen liegt. Im nächsten Schritt kann die Drehzahl an die Solldrehzahl angeglichen werden. Das

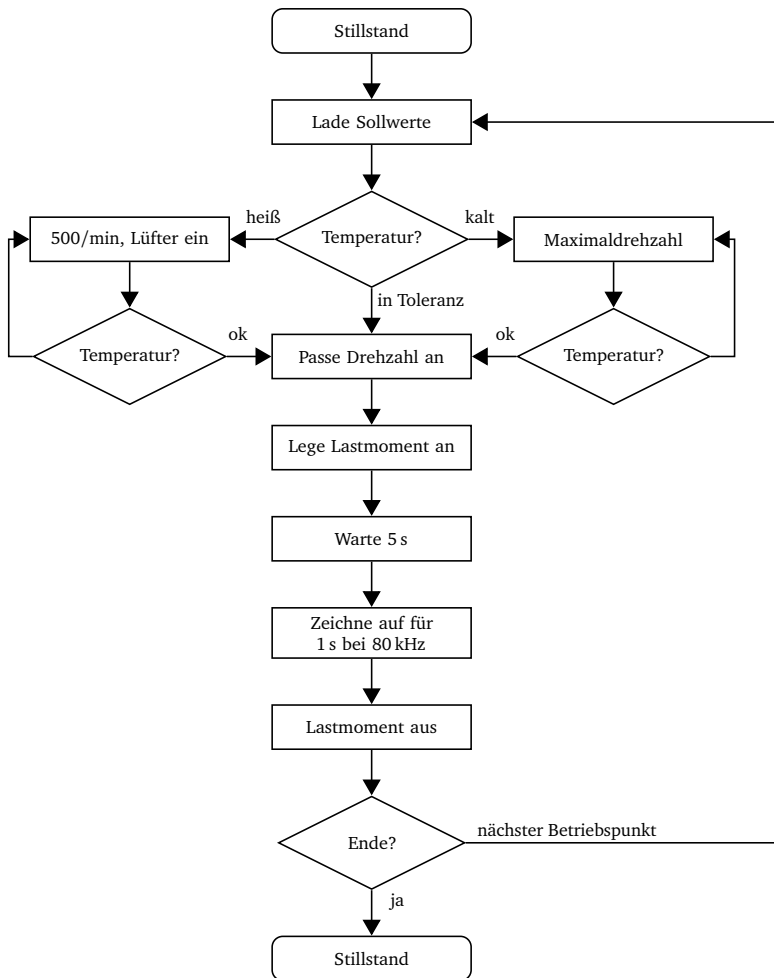


Abbildung 3.6: Ablaufplan der Versuche.

Lastmoment wird erst angelegt, wenn das Getriebe die korrekte Drehzahl erreicht hat, da sonst das Getriebe sowohl durch das Reaktionsmoment als auch das Bremsmoment belastet würde und in Überlast geraten könnte. Nachdem das Lastmoment an den Regler der Bremse signalisiert wurde, folgt eine kurze Wartezeit von 5 s, um möglichst stationäre Bedingungen zu garantieren. Die Temperatur kann im Extremfall um bis zu 2 °C von der gewünschten Temperatur abweichen, da sie sich im Verlauf der beschriebenen Anpassungen ändern kann. Eine präzisere Konditionierung würde jedoch einen unrealistischen Aufwand erfordern. Zudem ist die Ist-Temperatur bekannt, sodass jede Abweichung zur Soll-Temperatur statistisch erfassbar ist⁵. Die Schwingungssignale werden jetzt zusammen mit den Referenzwinkeln und der Temperatur bei einer Abtastrate von 80 kHz für eine Dauer von 1 s vom Echtzeitrechner aufgezeichnet.

Die so anfallenden Daten werden gemeinsam mit den relevanten Metadaten automatisiert archiviert. Für einen größeren Versuchsplan mit 1200 einzelnen Betriebspunkten fallen so innerhalb einer Gesamtlaufzeit von etwa 5 h Rohdaten im Umfang von 19 GiB an. Diese Versuche sind daher nur sinnvoll automatisiert durchzuführen und auszuwerten. Bei ausreichender Automatisierung lassen sich so innerhalb weniger Wochen mehrere Getriebetypen gründlich untersuchen. Für eine wissenschaftlich Untersuchung ist das als vertretbar zu bewerten; in einer industriellen Anwendung wäre der Aufwand allerdings zu groß. Die anfallende Datenmenge zeigt allerdings, warum ein Vergleich der Literatur oft schwierig ist, da diese immer nur Ausschnitte aus den Messdaten zeigen kann. Das folgende Kapitel zeigt, wie diese sehr umfangreiche Datenmenge in eine interpretierbare Darstellung gebracht werden kann.

⁵Eine Analyse des Temperatureinflusses findet sich in Kapitel 5, wobei eine ausreichend genaue Konditionierung der Temperatur nachgewiesen wird.

4 Methoden zur Analyse der Messdaten

Dieses Kapitel behandelt die Analysemethoden im Detail. Im ersten Schritt greift es die bereits angesprochene Ordnungszzerlegung auf und zeigt deren konkrete Umsetzung. Anhand der Ergebnisse im Ordnungsbereich ist es möglich, Rückschlüsse auf das dynamische Verhalten eines Getriebes zu ziehen. Dazu werden aus den experimentell ermittelten Fourier-Koeffizienten nicht-parametrische Übertragungsfunktionen geschätzt und anschließend in eine parametrische Darstellung gebracht. Anhand dieser kann ein erster Vergleich zu den Vorhersagen der Literatur gezogen werden. Mit diesen Analysemethoden ist eine starke Reduktion der Datenmenge verbunden. Es zeigt sich jedoch, dass die verbleibenden Datenmenge immer noch zu komplex für einen direkten Vergleich zwischen den Prüfgetrieben ist. Deshalb werden die Daten in einer Schwingungssignatur aggregiert. Diese hat das Ziel, die Modulation eines Getriebes unabhängig von seinen dynamischen Eigenschaften zu beschreiben. Deshalb ist die Schwingungssignatur so konstruiert, dass deren Ergebnis in hohem Maße robust gegenüber Änderungen der zugrundeliegenden Experimente ist.

4.1 Ordnungszzerlegung

Die in Kapitel 2 diskutierte Literatur zeigt eindeutig, dass Schwingungen von Planetengetrieben moduliert sind. Durch die Modulation zerfällt die Zahneingriffsfrequenz in mehrere diskrete Frequenzen. Um die Modulation zu untersuchen, ist eine Darstellung der aufgezeichneten Schwingungssignale entweder im Frequenzbereich oder im Ordnungsbereich zweckmäßig. Wie bereits einleitend angerissen¹, ist die Ordnungsdarstellung für die vorliegenden Daten effizienter und besser zu interpretieren als die Frequenzbereichsdarstellung. Ordnungsbereich und Frequenzbereich sind dabei durch ein Referenzsignal verbunden. Im Fall der untersuchten einstufigen Planetengetriebe mit ganzzahliger Übersetzung ist die Winkelgeschwindigkeit des Planetenträgers $\dot{\varphi}$ am besten als Referenz geeignet, da sich so ausschließlich ganzzahlige Ordnungszahlen k ergeben. Die Wahl dieser Referenz ist gut begründet, letztlich aber willkürlich, solange eine feste kinematische Beziehung der gewählten Referenz mit der Rotation eines der Getriebeglieder besteht.

Im Folgenden soll zunächst die Ordnungszzerlegung im Detail behandelt werden. Diese verfolgt zwei wichtige Ziele: Erstens wird die Ordnungszzerlegung die Menge an Daten stark reduzieren. Darüber hinaus macht sie die Messdaten auch vergleichbar und interpretierbar.

¹ Siehe Seiten 3ff.

Wie bereits in Gleichung (1.4)

$$k = \frac{2\pi f}{\dot{\varphi}}$$

definiert, sind die Frequenz f und die Ordnungszahl k einfach überführbar.

Im einstufigen Planetengetriebe finden alle Zahneingriffe mit der selben nominellen Zahneingriffsfrequenz f_{nom} bzw. der nominellen Zahneingriffsordnung k_{nom} statt. Dies ist die Frequenz mit der, unabhängig vom Bezugssystem, die Zahnflanken in Kontakt kommen bzw. diesen wieder verlieren. Die Bezeichnung „nominelle“ Zahneingriffsordnung ist deshalb nötig, weil diese aufgrund der Modulation nicht zwangsweise in den gemessenen Schwingungssignalen enthalten sein muss. Nach Gleichung (1.5) ergibt sich die nominelle Zahneingriffsordnung

$$k_{\text{nom}} = |Z_2| \quad ,$$

direkt aus der Zähnezahl des Hohlrads, da die Planetenräder mit jeder Umdrehung des Planetenträgers alle Zähne des Hohlrads überstreichen müssen.

Die Ordnungsdarstellung eines aufgezeichneten Schwingungssignals² v nimmt aufgrund dessen näherungsweisen Periodizität bezüglich des Planetenträgerwinkels φ die Form einer Fourier-Reihe an.

$$v \approx \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ik\varphi} = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\varphi + b_k \sin k\varphi) \quad (4.1)$$

Zu diesem Ergebnis kommt bereits McNamara [58]. Im Unterschied zu einer Frequenzbereichsdarstellung bezieht sich die Fourier-Reihe nicht auf die Zeit t als Referenz, sondern auf den Winkel des Planetenträgers φ . Dieser ist grundsätzlich als Funktion der Zeit $\varphi(t)$ zu verstehen. Wie auch beim Schwingungssignal $v(t)$ ist die Abhängigkeit von der Zeit aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht explizit in den Gleichungen notiert. Auch wenn die Ordnungsdarstellung dem Charakter der Schwingungssignale sehr gut entspricht, existieren bereits aufgrund des nicht restlos zu vermeidenden Sensorrauschens Anteile in den Schwingungssignalen, die nicht im Ordnungsbereich dargestellt werden können. Deshalb handelt es sich bei (4.1) nicht um eine exakte Gleichung³, sondern um eine Modellvorstellung, oder bei Anwendung auf Messdaten, um eine Approximation.

Das Modell der Schwingungssignale (4.1) gibt eine reelle und eine komplexe Darstellung der Fourier-Reihe an. Diese sind äquivalent. Allerdings sind für die komplexe Darstellung auch negative Ordnungszahlen definiert, während in der reellen Darstellung nur nicht-negative Ordnungszahlen zum Einsatz kommen. Die komplexen Koeffizienten c_k sind mit

²Siehe auch Abbildung 3.3 auf Seite 37 für eine Darstellung der Schwingungssignale und der zugehörigen Sensoren.

³Für einen endlichen Zeitbereich und bei Verwendung einer ausreichenden Anzahl an Fourier-Koeffizienten lässt sich (4.1) auch exakt erfüllen. Dies widerspricht allerdings dem Ziel dieses Kapitels. Es ist zwar möglich, ein aufgezeichnetes Sensorrauschen mit einer Fourier-Reihe abzubilden, was aber nicht zu der gewünschten Generalisierung führt.

den reellen Koeffizienten a_k und b_k über die Beziehung

$$c_k = \begin{cases} \frac{1}{2}a_0 & \text{für } k = 0 \\ \frac{1}{2}(a_k - ib_k) & \text{für } k > 0 \\ \frac{1}{2}(a_{-k} + ib_{-k}) & \text{für } k < 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

verknüpft. Hierbei wird auch die Rolle der negativen Ordnungszahlen ersichtlich. Da die Schwingungssignale reellwertig sind, sind die komplexen Fourier-Koeffizienten komplex konjugiert symmetrisch. Die Koeffizienten $a_0/2$ bzw. c_0 entsprechen dem Gleichanteil des Signals. Die Schwingungssignale sind, mit Ausnahme des Ein- und Ausgangsmoments, aufgrund den Eigenschaften der Messkette allerdings frei von Gleichanteilen. Da der Gleichanteil keine Schwingung im eigentlichen Sinn darstellt, wird bei der Ordnungszuordnung auch für diese beiden Signale nur der wechselnde Anteil betrachtet. Es gilt daher

$$c_0 = 0 \quad (4.3)$$

für alle Schwingungssignale. Diese Festlegung ist vor allem für die spätere Normierung der Signale wichtig.

Um eine eindeutige Zuordnung zwischen dem Referenzwinkel φ und dem Schwingungssignal v herzustellen, ist es zweckmäßig den Winkel φ als stetig zu definieren. Gewöhnlich sind Winkel auf das Intervall $[0, 2\pi[$ beschränkt. In diesem Fall ist es jedoch sinnvoller, den Winkel beim Erreichen des Wert 2π nicht in einer Uhrenlogik auf den Wert 0 zurückspringen zu lassen, sondern stetig fortzusetzen. Somit ist das Referenzsignal

$$\varphi \in]-\infty, \infty[\quad (4.4)$$

unbeschränkt und stetig. Für die Verwendung in der Fourier-Reihe macht das keinen Unterschied.

Die Modellvorstellung bzw. Approximation (4.1) impliziert, dass jedes Schwingungssignal periodisch bezüglich einer vollen Umdrehung des Planetenträgers ist. Wie im Folgenden gezeigt, trifft das auf Schwingungen von Planetengetrieben mit guter Genauigkeit zu. Weil die Schwingungen des Getriebes stark von Last und Geschwindigkeit abhängen, ist bei ihrer Anwendung darauf zu achten, dass sich der Betriebszustand innerhalb des betrachteten Zeitfensters nicht signifikant ändert. Anhand der Approximation (4.1) ergeben sich insgesamt vier verschiedene Betrachtungsweisen einer Schwingung:

- Der kontinuierliche Zeitbereich stellt die natürliche Interpretation der Signale dar, in dem die zugrunde liegenden dynamischen Prozesse ablaufen. Bei der Erfassung durch digitale Rechner kommt es zu einer zeitdiskreten Abtastung der Signale. An dieser Stelle ist allerdings keine strenge Unterscheidung des kontinuierlichen und des diskreten Zeitbereichs nötig, weswegen beide einfach als Zeitbereich bezeichnet werden.

- Der Frequenzbereich entspricht für höhere Frequenzen eher der akustischen Wahrnehmung als der Zeitbereich. Auch hier kann prinzipiell zwischen einer diskreten und einer kontinuierlichen Variante unterschieden werden. Der Frequenzbereich lässt sich vom Zeitbereich durch die Werkzeuge der kontinuierlichen bzw. diskreten Fourier-Transformation oder, im Fall periodischer Signale, durch die Fourier-Reihenentwicklung erreichen.
- Wird statt der Zeit der Winkel des Planetenträgers als unabhängige Variable genutzt, so betrachtet man die Signale im Winkelbereich. Der Winkelbereich hat gegenüber dem Zeitbereich den Vorteil, dass die Periode der Signale unabhängig von der Winkelgeschwindigkeit des Planetenträgers ist. Im Rahmen dieser Dissertation ist er nur als Zwischengröße während der Berechnung der Fourier-Koeffizienten relevant.
- Der Ordnungsbereich ist das Analogon des Frequenzbereichs für den Winkelbereich. Auch hier liegt der Vorteil in der Unabhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit des Getriebes. Die Fourier-Koeffizienten des Modells (4.1) sind als natürliche Größen des Ordnungsbereichs zu sehen.

Die Fourier-Reihenentwicklung ist daher mit der **Ordnungszzerlegung** des Schwingungssignals identisch. Die Fourierkoeffizienten können als Amplitude der zugehörigen Ordnung aufgefasst werden. Hierbei ist zu beachten, dass im Fall der komplexen Darstellung immer die positive Ordnungszahl k und die negative Ordnungszahl $-k$ zusammengehören. Berücksichtigte man nur den Betrag eines Fourier-Koeffizienten $|c_k|$ so würde man nur die Hälfte der tatsächlichen Amplitude im Zeitbereich erhalten. Aus Gründen der Einfachheit sind in allen Diagrammen dieser Arbeit nur die positiven komplexen Ordnungen dargestellt, da der negative Bereich nach Formel (4.2) konjugiert symmetrisch zum positiven ist. Zudem kommt im Folgenden eine Normierung der Signale zur Anwendung, welche eine absolute Betrachtung der Amplituden verhindert.

Es stellt sich die Frage, wie die Fourier-Koeffizienten am sinnvollsten aus den im Zeitbereich vorliegenden Daten zu berechnen sind. Dabei muss zunächst unterschieden werden, ob die Informationen in Echtzeit parallel zur Erfassung vorliegen müssen oder ob eine nachträgliche Auswertung zulässig ist. Im Rahmen dieser Arbeit ist eine nachträgliche Auswertung ohne Nachteile möglich. Daher wird für den ersten Fall auf den Beitrag von Plöger et al. [86] verwiesen. Im Fall einer nicht konstanten Winkelgeschwindigkeit hat sich der von Plöger et al. [85] vorgestellte Ansatz als zuverlässig erwiesen. Der für diese Arbeit verwendete Messablauf stellt sehr geringe Anforderungen an die Ordnungszzerlegung: Die Winkelgeschwindigkeit ist abschnittsweise konstant und der Referenzwinkel wird präzise erfasst. Daher erzielt ein einfaches Verfahren bereits eine sehr gute Genauigkeit. Das verwendete Verfahren lässt sich in die folgenden Schritte unterteilen:

Anhand des aufgezeichneten Referenzwinkels werden die Schwingungssignale mittels eindimensionaler Interpolation auf regelmäßige Winkelschritte neu abgetastet, d. h. in den Winkelbereich überführt. Da die Drehzahl bis auf sehr geringe Schwankungen konstant ist,

kommt es nur zu geringen Verzerrungen. Abbildung 4.1 zeigt das Schwingungssignal v_{az1} im Winkelbereich während zwei vollen Umdrehungen des Planetenträgers im obersten Diagramm⁴. Es ist bereits deutlich zu erkennen, dass das Signal annähernd periodisch ist.

Das Verfahren zerlegt den auszuwertenden Bereich des Signals in volle Umdrehungen des Planetenträgers. Im zweiten Diagramm der Abbildung sind die einzelnen Segmente synchron übereinander gelegt. Es sind 4 % einer vollen Umdrehung zu sehen. Zwischen den einzelnen vollen Umdrehungen werden Unterschiede deutlich – dennoch sind sich die Segmente sehr ähnlich. Sowohl die Amplituden als auch die Phasenlagen stimmen gut überein. Für jedes der Segmente lässt sich nun ein Satz an Fourier-Koeffizienten errechnen. Dazu kommt der FFT-Algorithmus zum Einsatz. Frigo und Johnson [26] beschreiben die verwendete Software FFTW im Detail. Diese Software-Bibliothek ist für alle gängigen Programmierumgebungen verfügbar und liefert eine sehr leistungsfähige Implementierung des FFT-Algorithmus. Eine Stärke ist zudem, dass die Anzahl der Stützstellen keiner Potenz von 2 entsprechen muss. Die Fourier-Koeffizienten

$$\tilde{c}_k^{(j)} = \frac{1}{n_{\text{FFT}}} \sum_{l=0}^{n_{\text{FFT}}-1} v(\varphi_l) e^{-2i\pi lk/n_{\text{FFT}}} \quad (4.5)$$

ergeben sich direkt aus der diskreten Fourier-Transformation, worin der hochgestellte Index j die Umdrehung bezeichnet, deren Daten die jeweilige Realisierung $\tilde{c}_k^{(j)}$ zugeordnet ist. Dabei bezeichnet φ_l die Winkelstützstellen, an denen das Schwingungssignal v linear interpoliert wird. Es existieren insgesamt n_{FFT} Stützstellen, die gleichmäßig über eine Umdrehung des Planetenträgers verteilt sind.

Die jeweils ersten 210 Fourier-Koeffizienten $\tilde{c}_k^{(j)}$ der einzelnen Umdrehungen sind im dritten Diagramm farbig dargestellt. Die Ordnungen jenseits des gewählten Ausschnitts werden anhand der gesonderten Abbildung 4.2 an späterer Stelle diskutiert. Zwischen den Ergebnissen der einzelnen Umdrehungen besteht eine erkennbare Streuung. Es liegt daher nahe, den Mittelwert zu berechnen. Für den Betrag

$$|c_k| = \frac{1}{n_u} \sum_{j=1}^{n_u} |\tilde{c}_k^{(j)}| \quad (4.6)$$

ist das arithmetische Mittel ein sinnvoller Schätzer. Die Mittelung erfolgt über alle n_u einzelnen Umdrehungen. Die Mittelung der Beträge besitzt die Eigenschaft, dass die Leistungsdichte des Signals erhalten bleibt. Würde das arithmetische Mittel direkt auf die komplexen Werte angewendet, so würde die mittlere Leistungsdichte mit steigender Streuung der Messdaten fallen. Diese Alternative zur Vorschrift (4.6) wird als synchrone Mittelung bezeichnet. Die synchrone Mittelung ist dann indiziert, wenn die gemesse-

⁴Für das gezeigte Beispiel liegen 14 volle Umdrehungen des Planetenträgers vor. Obwohl nur ein einzelner Betriebspunkt in diesem Beispiel diskutiert wird, ist es nicht möglich, den gesamten Datensatz zu zeigen. Die Diagramme würden sonst unleserlich.

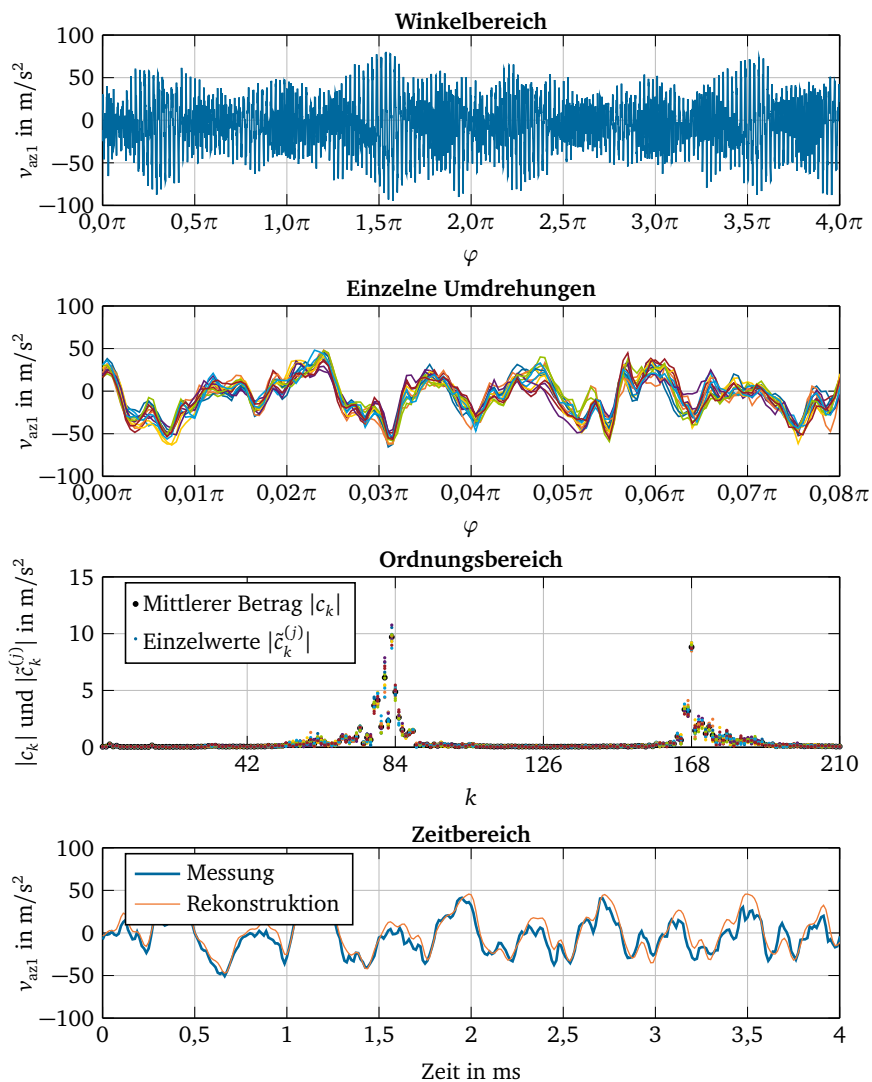


Abbildung 4.1: Einzelschritte der Ordnungserlegung.

nen Rohsignale Störungen enthalten, welche nicht mit dem zu beobachtenden Prozess korreliert sind. Ein Beispiel hierfür ist das Rauschen eines Beschleunigungsaufnehmers, wenn dieser nur gering angesteuert ist. Für die vorliegenden Daten trägt allerdings insbesondere eine Schwankung der Phasenlage zur Streuung bei. Es handelt sich um eine Unsicherheit des zugrunde liegenden Prozess, weshalb keine statistische Unabhängigkeit zwischen Rauschen und Nutzsignal vorliegt. Zwar wiederholen sich die Schwingungen prinzipiell periodisch, aber es kommt teils zu leichten Zeitverzögerungen dabei. Bei synchroner Mittelung würde es somit zu destruktiver Interferenz zwischen den Schwingungen der einzelnen Umdrehungen kommen. Dies wird von der gewählten Mittelung der Beträge (4.6) verhindert, welche allerdings rauscharme Sensoren voraussetzt.

Da der Betrag unabhängig von der Phase gemittelt wird, stellt sich die Frage, wie die komplexe Phase der Koeffizienten sinnvoll zu mitteln ist. Für die vorliegende Anwendung ist es am sinnvollsten, die mittlere Phase

$$\angle c_k = \angle \left(\sum_{j=1}^{n_u} \frac{\tilde{c}_k^{(j)}}{|\tilde{c}_k^{(j)}|} \right) \quad (4.7)$$

zu verwenden. Auch diese Definition birgt spezifische Vor- und Nachteile. Die wesentliche Eigenschaft der Mittelung der Phasenlagen ist, dass dies der Anschauung am besten entspricht. Allerdings ist die Vorschrift nicht für beliebige Datensätze geeignet, da die einzelnen Realisierungen identisch gewichtet sind. Ein Datensatz, in dem die Beträge eines Koeffizienten zwischen den Umdrehungen des Planetenträgers stark schwanken, könnte so nicht sinnvoll verarbeitet werden. Hier wäre eine unmittelbare Mittlung der komplexen Fourier-Koeffizienten vorzuziehen. Die Phase eines verschwindenden komplexen Werts ist nicht sinnvoll zu interpretieren. Wie im dritten Diagramm der Abbildung 4.1 erkennbar, bewegt sich die Streuung der Daten bei einer konkreten Ordnungszahl in einem vertretbaren Rahmen. Die Wahl der Mittelung reflektiert letztlich die Interpretation der Daten beziehungsweise ein unterstelltes Modell der statistischen Streuung.

Das unterste Diagramm der Abbildung 4.1 zeigt einen Ausschnitt des gemessenen Schwingungssignals im Zeitbereich. Die Rekonstruktion des Signals anhand der Ordnungszerlegung ist überlagert. Zur Rekonstruktion muss nur die Fourier-Reihe entsprechend des Modells (4.1) mit dem gemessenen Winkel des Planetenträger φ und den mittleren Fourier-Koeffizienten ausgewertet werden. Bei der gezeigten Rekonstruktion kommen die ersten 1000 Ordnungen zum Einsatz. Anhand des untersten Diagramms kann die Rekonstruktion als erfolgreich bewertet werden, auch wenn sich erkennbare Abweichungen ergeben. Diese zeigen ein mit der, im zweiten Diagramm sichtbaren, Streuung zwischen den einzelnen Umdrehungen vergleichbares Niveau.

Abbildung 4.2 zeigt die Fourier-Koeffizienten des beispielhaft gewählten Betriebspunkts bis zur Ordnung 798. Zusätzlich sind zwei weitere Betriebspunkte dargestellt. Die signifikanten Anteile der Gesamtschwingung finden sich stets bei Ordnungen in der Nähe von ganzzahligen Vielfachen der nominellen Zahneingriffsordnung. Das entspricht der

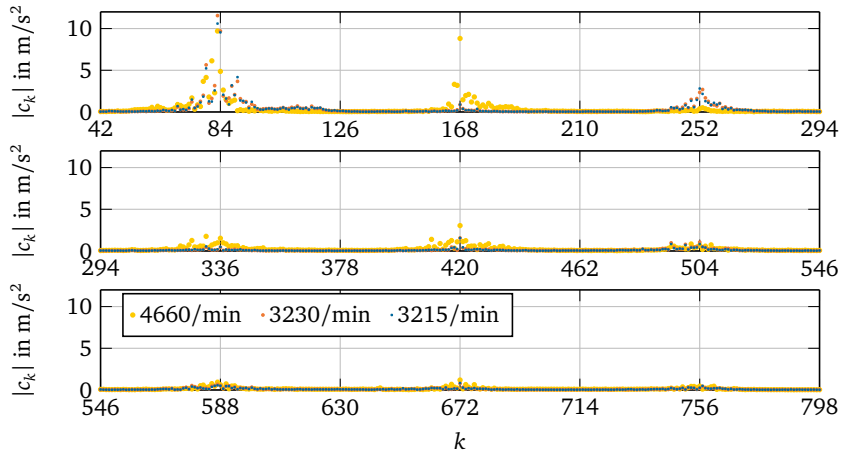


Abbildung 4.2: Fourier-Koeffizienten höherer Ordnungen.

Erwartung aufgrund der Literatur. Gleichzeitig wird aber auch deutlich, dass die Betriebsparameter einen deutlichen Einfluss auf das Ordnungsspektrum haben. So zeigt der erste Betriebszustand einen deutlichen Ausschlag bei Ordnung 168, d. h. dem doppelten der nominellen Zahneingriffsordnung. Die beiden weiteren Betriebspunkte weisen hier nur sehr geringe Beträge auf. Dafür zeigen sie, anders als der erste Betriebspunkt, signifikante Ordnungen in der Umgebung um die Ordnungszahl 252 auf.

Die Methode der Ordnungszzerlegung stellt einen deutlichen Fortschritt bei der Analyse gegenüber der Betrachtung im Zeitbereich dar, wie am Vergleich der einzelnen Diagramme der Abbildung 4.1 deutlich zu sehen ist: Während es im Winkel- oder Zeitbereich schwierig ist, genauere Schlussfolgerungen als die ungefähre Amplitude und die ungefähre Frequenz zu ziehen, ist die Ordnungsdarstellung wesentlich einfacher zu interpretieren. Es wird jedoch klar, dass die Ordnungszzerlegung allein nicht ausreicht, um den komplexen Datensatz einer Beurteilung zu erschließen, weil bereits kleine Änderungen des Betriebspunktes zu einer deutlichen Änderung des Ordnungsspektrums führen können. Deshalb sind weitere, auf die Ordnungszzerlegung aufbauende Schritte nötig.

4.2 Analyse der Dynamik

Die vorangegangene Diskussion stützt sich auf die Auswertung nur weniger Betriebspunkte, weil der gesamte Umfang der Daten nur schwer darstellbar ist. Zur Erklärung der Methode der Ordnungszzerlegung ist die Diskussion eines Betriebspunktes ausreichend.

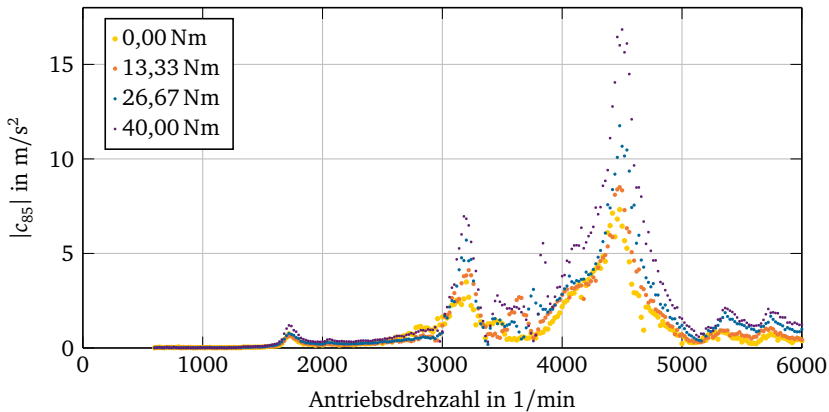


Abbildung 4.3: Ordnung 85 der Signals v_{az1} aus einem einfachen Versuchsplan. Drehzahlen und Momente beziehen sich auf die Sollwerte des Versuchsplans.

Eine vollständige Analyse der Schwingungen muss sich allerdings auf die Daten aller Betriebspunkte stützen. Es ist deshalb das Ziel dieses Abschnitts, ein umfassendes Modell der Schwingungen zu entwickeln, aus dem die zugrundeliegenden Eigenschaften der Prüfgetriebe hervorgehen. Es stellt sich zunächst die Frage, welchen Einfluss die Betriebsparameter Drehzahl und Lastmoment aufweisen. Der Einfluss der Temperatur wird an späterer Stelle in den Abschnitten 4.3 und 5.1 beleuchtet, da er von geringerer Bedeutung ist. Ein erster Eindruck dieser Beziehungen kann mittels eines einfachen vollfaktoriellen Versuchsplans experimentell gewonnen werden. Der Versuchsplan teilt die Antriebsdrehzahlen mit einer Schrittweite von 20/min bis zu einer maximalen Drehzahl von 6000/min in äquidistante Schritte ein. Das Bremsmoment ist in vier gleichmäßigen Schritten von 0 Nm bis 40 Nm eingeteilt. Somit ergeben sich 1200 einzelne Betriebspunkte, welche jeweils ein Mal angefahren werden. Die Temperatur ist auf einen konstanten Wert von 50 °C eingestellt.

Abbildung 4.3 zeigt die Ergebnisse des Versuchsplans für das Getriebe A3. Dabei ist aus Gründen der Lesbarkeit ausschließlich die Ordnung 85 des Signals v_{az1} dargestellt. Unterhalb einer Antriebsdrehzahl von 600/min sind keine Ergebnisse dargestellt, weil der Planetenträger dann innerhalb der Aufzeichnungszeitraum von 1 s weniger als zwei Umdrehungen vollzieht. Unterhalb dieser Schwelle sollte keine Ordnungserlegung errechnet werden, da dann die Qualität der Daten nicht mehr sicher zu beurteilen ist. Der Einfluss des Lastmoments ist für diese Ordnung und dieses Signal gering. Mit steigendem Lastmoment steigen die Amplituden. Es lassen sich allerdings im selben Datensatz auch Kombinationen

aus Schwingungssignal und Ordnung finden, für die dieser Zusammenhang nicht gilt. In jedem Fall weist Abbildung 4.3 deutlich auf das Vorliegen von Resonanzen hin, welche unabhängig von der genauen Last immer bei den selben Drehzahlen zu finden sind. Dieser Abschnitt verfolgt deshalb das Ziel, die beobachteten Resonanzen mathematisch zu beschreiben. Das gewonnene mathematische Modell erlaubt dann eine weitere Analyse der experimentell gewonnenen Daten und einen Vergleich mit den bisherigen Ergebnissen der Literatur.

Allgemein ausgedrückt, muss das gewünschte Modell einen Zusammenhang zwischen Schwingungsanregung und Schwingungsantwort herstellen. Die Schwingungsantwort liegt in Form der experimentell gemessenen Schwingungssignale $v_{(\dots)}$ vor und kann mit Hilfe der im letzten Abschnitt vorgestellten Ordnungszersetzung in eine gut zu analysierende Darstellung überführt werden. Die Schwingungsanregung ist hingegen weitgehend unbekannt. Sie entsteht vor allem durch den Zahneingriff. In der Praxis ist es extrem schwer, die Zahnkräfte im Betrieb messtechnisch zu erschließen. Als indirektes Messverfahren könnten im Zahnfußgrund Dehnungsmessstreifen appliziert werden. Da alle Prüfgetriebe ein Modul von weniger als 1 mm aufweisen, fällt deren Applikation schwer. Zudem müssten alle Zähne der untersuchten Getriebe mit Dehnungsmessstreifen versehen werden, was für die vorliegenden Prüfgetriebe mehr als 1000 einzelne Sensoren erfordern würde. Auch die Instrumentierung einer Teilmenge der Zähne ist bereits kritisch zu sehen, da dafür eine Demontage der Getriebe und ein Eingriff in die ursprüngliche Konstruktion verbunden wäre. Infolge dieser Maßnahmen könnte sich das Schwingungsverhalten signifikant ändern. Eine messtechnische Erfassung der Zahnkräfte ist somit weder praktisch realisierbar noch wünschenswert.

Somit gilt das Ziel, die Dynamik der Prüfgetriebe ohne genaue Kenntnis der Schwingungsanregung anhand der gemessenen Schwingungssignale und des Referenzwinkels φ zu identifizieren. Die Dynamik eines Planetengetriebes ist dabei grundsätzlich nichtlinear. Wesentliche Effekte sind die wechselnde Verzahnungssteifigkeit, das Verdrehspiel und die Stoßprozesse zwischen den Zahnflanken. Das Planetengetriebe ist zudem mit einer Umgebung verbunden, welche ebenfalls schwingungsfähig ist. Diese Eigenschaften lassen eine Modellbildung zunächst aussichtslos erscheinen. Andererseits sind in den Messdaten deutliche Resonanzen sichtbar, welche eine prinzipielle Modellierbarkeit nahelegen. Im ersten Schritt ist daher eine vereinfachende Abstraktion des Problems nötig, welche in der Lage ist, die beobachteten Phänomene mit einem Minimum an Komplexität zu beschreiben.

Das Schwingungsverhalten des Prüfstands lässt sich vereinfachend in zwei gekoppelte Phänomene aufteilen: Schwingungsanregung und Schwingungsausbreitung. Die Grundidee ist nun, die Schwingungsausbreitung als lineares Phänomen zu betrachten. Die fiktive äquivalente Schwingungsanregung hingegen ist frei von jeder Dynamik und wirkt als unbekanntes Eingangssignal. Abbildung 4.4 verdeutlicht das. Diese Schwingungsanregung ist über eine ebenfalls fiktive schwingungsfähige Struktur mit den Sensoren verbunden. Das Planetengetriebe wirkt somit eine unbekannte Kraft u auf die Struktur aus, an welcher

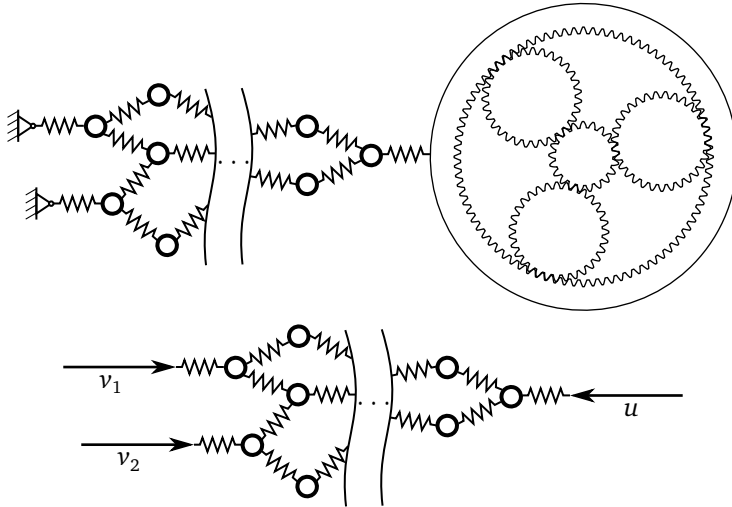


Abbildung 4.4: Modellvorstellung der Schwingungsausbreitung: Das Getriebe erzeugt mittels nichtlinearer Prozesse eine Schwingungsanregung, welche eine fiktive umgebende lineare Struktur anregt.

die Schwingungssignale v_1 , v_2 usw. gemessen werden können. Die Beziehung zwischen Anregung u und Schwingungssignalen v lässt sich mit linearen Übertragungsfunktionen beschreiben. Die konkrete Umsetzung der Grundidee besteht dann aus zwei aufeinander abgestimmten Teilen: Der experimentellen Durchführung und einem Schätzverfahren der modalen Parameter. Hierbei sind vor allem Ansätze aus dem Feld der Betriebsmodalanalyse⁵ zu wählen.

Alternativ oder ergänzend zur Betriebsmodalanalyse könnten auch Methoden der experimentellen Modalanalyse zum Einsatz kommen, welche auf einer künstlichen Anregung des zu untersuchenden Systems basieren. In unteren Frequenzbereich könnte der Prüfstand mittels elektrodynamischer Aktoren erregt werden; im oberen Frequenzbereich durch piezoelektrische Inertialmassenaktoren. Beide Mittel und die nötige Instrumentierung stehen am Prüfstand zur Verfügung. Dieser Ansatz ist jedoch aus mehreren Gründen nicht zielführend. Zum ersten können diese Verfahren nur im Stillstand zum Einsatz kommen, da die Betriebsschwingungen sonst als Störung wirksam würden. Im Stillstand befinden sich die Zähne allerdings nicht im Kontakt, weshalb die Steifigkeit der Verzahnung nicht korrekt vorliegt. Selbst wenn das Getriebe künstlich verspannt würde, könnte immer nur

⁵Engl. Operational Modal Analysis (OMA).

eine Eingriffssituation abgebildet werden. Durch den nicht-ganzzahligen Gesamtüberdeckungsgrad bestünde weiterhin ein Unterschied zu den Eigenschaften im Betrieb. Zudem kann sich im Stillstand kein Schmierfilm aufbauen. Abgesehen davon verbleibt stets ein gravierender Nachteil der experimentellen Modalanalyse: Die verfügbaren Aktoren wirken nicht auf den Rotationsfreiheitsgrad. Dieser ist aber für das dynamische Verhalten essentiell. Daher kommen nur Methoden in Frage, welche auf der Anregung durch den Zahneingriff aufbauen.

In den eigenen Vorarbeiten [88] und [84] konnte bereits gezeigt werden, dass es mit dieser Grundidee möglich ist, Eigenfrequenzen und Eigenformen zu identifizieren. Anders als in der vorliegenden Dissertation kamen dazu Hochlaufexperimente zum Einsatz. Dabei wird das Getriebe vom Stillstand mit konstanter Winkelbeschleunigung bis zur maximalen Drehzahl beschleunigt. Im Vergleich zur Verwendung stationärer Betriebspunkte sind Hochläufe schneller durchführbar und einfacher auszuwerten. Zudem können Hochläufe auch Drehzahlen durchfahren, für die kein stationärer Betrieb möglich ist. Da während eines Hochlaufs alle Frequenzen des zu untersuchenden Bereichs durchfahren werden, kann innerhalb einer kurzen Zeit eine gute Auflösung im Frequenzbereich erzielt werden. Die Auswertung basiert in der Regel nicht auf einer Ordnungszерlegung, sondern nimmt eine gleichmäßige Anregung aller Frequenzen an. Mit den Methoden der Betriebsmodalanalyse können dann die zugrundeliegenden Übertragungsfunktionen geschätzt werden. Die Wiederholgenauigkeit dieser Experimente ist besser als die der stationären Messungen.

Trotz dieser wünschenswerten Eigenschaften weisen Hochläufe auch einige Probleme auf. Die bessere Wiederholgenauigkeit wird vor allem durch eine Wiederholung systematischer Fehler erzielt. Im Gegensatz zu Hochläufen lässt sich eine Abfolge stationärer Betriebspunkte in randomisierter Reihenfolge ausführen. Das erhöht zwar zunächst die statistische Streuung, macht die nicht erfassbaren Störungen aber von den Betriebsparametern Drehzahl, Lastmoment und Temperatur unabhängig. Im Fall eines Hochlaufs sind die Betriebsparameter Funktionen der Zeit und lassen sich nur sehr bedingt kontrollieren. Zudem lassen sich die Betriebsparameter, insbesondere das Lastmoment, bei stationären Bedingungen nicht nur genauer, sondern auch in einem größeren Bereich einstellen. Hochläufe müssen zusätzlich zum Bremsmoment das zur Beschleunigung nötige Moment aufbringen, wodurch ein Mindestmoment entsteht, was wiederum den darstellbaren Bereich einschränkt.

Je nach Zielsetzung kann der Verzicht auf eine Ordnungszерlegung sinnvoll sein, sodass alle Ordnungen eines Schwingungssignals gemeinsam in die Schätzung der Übertragungsfunktionen des linearen Modells eingehen. Als Vorteil ist nicht nur die geringere Komplexität der Auswertung, sondern auch die höhere Aggregation der Daten zu sehen. Nachteilig ist, dass es dann zu den sogenannten Ordnungsenden kommt. Dieses Phänomen entsteht dadurch, dass beim Erreichen der Maximaldrehzahl die maximal angeregten Frequenzen der einzelnen Ordnungen verschieden sind. Mit steigender Ordnungszahl steigt auch die von einer Ordnung maximal erregte Frequenz. Dadurch sind bei niedrigen Frequenzen mehr Ordnungen in den Schwingungssignalen enthalten als bei hohen

Frequenzen, was alle Schätzungen zugunsten niedriger Frequenzen verzerrt.

Für diese Dissertation ist die Ordnungszerlegung unverzichtbar, da nur so eine Aussage bezüglich der Modulation getroffen werden kann. Wie in der eigenen Veröffentlichung [85] gezeigt, können auch die Schwingungssignale aus Hochläufen einer Ordnungszerlegung unterzogen werden. Dies ist allerdings ungenauer, weil dann die Unschärferelation zwischen Zeit und Frequenz wirksam wird. Stationäre Messungen vermeiden die Probleme der Hochläufe. Die meisten Nachteile gegenüber Hochläufen lassen sich durch geeignete Maßnahmen kompensieren. Werden die Versuchspläne nachts automatisch abgefahren, so liegt der verbleibende Aufwand vor allem in der Montage der Prüfgetriebe und der Wellenausrichtung. Wird mit präzisionsgewuchteten und präzise ausgerichteten Kupplungen gearbeitet, sind auch alle Drehzahlen anfahrbar, ohne dass es zu unzulässigen Kräften kommt. Deshalb sind – zumindest für die Ziele dieser Arbeit – stationäre Messungen besser geeignet.

Um die Dynamik der Prüfgetriebe im Prüfstand experimentell zu identifizieren, werden eine Anzahl stationärer Betriebspunkte angefahren, welche sich ausschließlich in der Antriebsdrehzahl unterscheiden. Die im Versuch realisierten Betriebsparameter sind:

- Die Antriebsdrehzahlen reichen von 5/min bis 6000/min mit einer Stufung von 5/min. Das entspricht 1200 einzelnen Betriebspunkten, wobei eine Ordnungszerlegung erst ab 600/min sinnvoll ist. Somit verbleiben 1081 Betriebspunkte ausreichender Drehzahl zur Auswertung.
- Als Bremsmoment liegen durchschnittlich 3 Nm mit einer Standardabweichung von 0,6 Nm an. Diese geringe Last wurde gewählt um die Nichtlinearitäten so wenig wie möglich anzuregen, da die Prüfgetriebe keine Profilkorrektur aufweisen. Das Moment muss allerdings einen Kontaktverlust der Zähne verhindern und kann daher nicht geringer gewählt werden.
- Die Temperatur liegt durchschnittlich bei 50,6 °C mit einer Standardabweichung von 0,5 °C. Der Wert entspricht ungefähr dem Wert, der sich für den Getriebetyp A im Betrieb einstellt. Für eine geringere oder höhere Solltemperatur würde Konditionierung ungenauer. Für Getriebe mit besserem Wirkungsgrad kann eine geringere Temperatur sinnvoller sein, da diese sich weniger stark erwärmen.

Die Drehzahlen werden in zufälliger Reihenfolge angefahren. Mit dem im letzten Abschnitt dargelegten Verfahren kann die Ordnungszerlegung für alle Signale und alle erfasste Betriebspunkte errechnet werden.

Sollen die Daten weiter interpretiert werden, besteht eine Schwierigkeit: Die Schwingungssignale sind nicht direkt vergleichbar, weil es sich um verschiedene physikalische Größen handelt. Deshalb sollen alle Schwingungssignale einheitenfrei und normiert betrachtet werden. Die Schwingungssignale sind bereits in Gleichung (4.4) als mittelwertfrei definiert. Für die aufgezeichneten Rohsignale gilt dies nicht zwingend; an dieser Stelle

ist allerdings nur der Wechselanteil von Interesse. Der Gleichanteil ist daher zusätzlich digital unterdrückt – anders ausgedrückt bedeutet das, dass der Erwartungswert

$$E(v) \equiv 0 \quad (4.8)$$

jedes Schwingungssignals verschwindet. Im nächsten Schritt müssen die Einheiten entfernt und eine Vergleichbarkeit hergestellt werden. Dazu wird für jede Sensorart ein charakteristischer Referenzwert bestimmt. Die Referenzwerte

$$r_F = E\left(\sqrt{v_{Fx1}^2 + v_{Fy1}^2 + v_{Fz1}^2 + v_{Fx2}^2 + v_{Fy2}^2 + v_{Fz2}^2}\right) \quad (4.9)$$

$$r_a = E\left(\sqrt{v_{ax1}^2 + v_{ay1}^2 + v_{az1}^2 + v_{ax2}^2 + v_{ay2}^2 + v_{az2}^2 + v_{az3}^2}\right) \quad (4.10)$$

$$r_M = E\left(\sqrt{v_{M1}^2 + v_{M2}^2}\right) \quad (4.11)$$

für die Beschleunigungen, Kräfte und Momente sind als Standardabweichungen bzw. Effektivwerte interpretierbar.

Mit diesen Referenzwerten lassen sich alle Schwingungssignale normiert in einem Vektor

$$\begin{aligned} \mathbf{v} = & \left[\frac{v_{Fx1}}{r_F}, \frac{v_{Fy1}}{r_F}, \frac{v_{Fz1}}{r_F}, \frac{v_{Fx2}}{r_F}, \frac{v_{Fy2}}{r_F}, \frac{v_{Fz2}}{r_F}, \dots \right. \\ & \frac{v_{ax1}}{r_a}, \frac{v_{ay1}}{r_a}, \frac{v_{az1}}{r_a}, \frac{v_{ax2}}{r_a}, \frac{v_{ay2}}{r_a}, \frac{v_{az2}}{r_a}, \frac{v_{az3}}{r_a}, \dots \\ & \left. \frac{v_{M1}}{r_M}, \frac{v_{M2}}{r_M} \right]^T \\ = & \left[v_1, \dots, v_{15} \right]^T \end{aligned} \quad (4.12)$$

zusammenfassen. Die normierten Schwingungssignale lassen sich somit von v_1 bis v_{15} durchnummerieren, was die Notation stark vereinfacht. Da die weiteren Schritte alle Schwingungssignale gleich behandeln, soll im Folgenden diese Notation bevorzugt werden.

Mit der innerhalb eines Betriebspunkts konstanten Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ des Planetenträgers lässt sich jeder Ordnung des Betriebspunkts eine Kreisfrequenz

$$\omega = k\dot{\varphi} \quad (4.13)$$

zuordnen, mit welcher diese Ordnung die fiktive linear-elastische Struktur anregt. Zwischen dem Schwingungssignal $v_j(t)$ im Zeitbereich und den Fourier-Koeffizienten $c_k^{(j)}(\omega)$ lässt sich somit eine Beziehung

$$v_j(t) \circ \bullet c_k^{(j)}(\omega) \quad (4.14)$$

herstellen. Dabei bezeichnet der Index j das jeweilige Schwingungssignal entsprechend

der in Gleichung (4.12) definierten Reihenfolge. Es handelt sich um eine Darstellung im Ordnungs-Frequenzbereich, in dem die Ordnungszahl k und die Kreisfrequenz ω unabhängig sind.

Die eingangs entwickelte Modellvorstellung lässt sich mathematisch in der Form

$$c_k^{(j)}(\omega) = H^{(j)}(\omega) u_k(\omega) \quad (4.15)$$

ausdrücken. Darin bezeichnet u_k die unbekannte innere Anregungskraft. Diese ist bereits moduliert und weist für jede einzelne Ordnung eine individuelle Amplitude auf. Die Anregung ist dabei für alle Sensoren identisch. Wie bereits diskutiert, ist es sehr schwer, diese Anregung messtechnisch zu erfassen. Anstatt der Anregung werden die Schwingungssignale v_j bzw. deren Fourier-Koeffizienten $c_k^{(j)}$ gemessen. Für jedes der mit dem Index j nummerierten Schwingungssignale wirkt eine eigene Übertragungsfunktion $H^{(j)}$, welche den Übertragungspfad der fiktiven linearen Struktur von der Schwingungsanregung zum j -ten Schwingungssignal beschreibt. Gleichung (4.15) trennt somit Schwingungsanregung und Schwingungsausbreitung, ohne zunächst eine genauere Aussage zu beiden zu treffen.

Alle Techniken der Betriebsmodalanalyse beruhen darauf, geeignete Annahmen bezüglich der unbekannten Schwingungsanregung zu treffen. Analog dazu soll auch hier eine Vereinfachung gefunden werden, die den Charakter der Schwingungsanregung einerseits ausreichend genau trifft, andererseits aber eine parametrische Identifikation der Dynamik zulässt. Über die Zulässigkeit der getroffenen Annahme entscheidet letztlich die Qualität des an die Daten angepassten Modells. Die Qualität darf keinesfalls ausschließlich anhand des numerischen Abstands zwischen Modell und Messung beurteilt werden, sondern muss zudem die Komplexität des Modells berücksichtigen. Komplexere Modelle mit einer großen Anzahl an Parametern können die Messdaten präziser approximieren als weniger komplexe Modelle mit einer geringeren Anzahl an anpassbaren Parametern. Man spricht auch von der Gefahr einer Überanpassung⁶. Kommt es zur Überanpassung, dann interpretiert das Modell auch die statistische Streuung und messtechnische Artefakte als Teil der Dynamik.

Die fiktive Schwingungsanregung $u_k(\omega)$ kann prinzipiell beliebig mathematisch angenähert werden. Allen dazu geeigneten Modellen ist gemein, dass sie eine charakteristische Länge aufweisen. Die charakteristische Länge kann, je nach gewählter Modellierung, z. B. als Abstand zweier Extrempunkte, Wendestellen oder ähnlicher Charakteristika verstanden werden. Würde die Schwingungsanregung z. B. als quadratische Funktion der Kreisfrequenz ω modelliert, so würde sich zwangsweise ein eher großer Längenmaßstab ergeben, weil es dann im gesamten betrachteten Frequenzbereich nur zu einer Extremstelle kommen könnte. Eine Modellierung als Polynom höherer Ordnung würde den Längenmaßstab verkürzen. Grundsätzlich sind Modelle mit kürzerer charakteristischer Länge komplexer als solche mit einem großen Längenmaßstab. Um eine fundierte Entscheidung zu treffen,

⁶Englisch: Overfitting

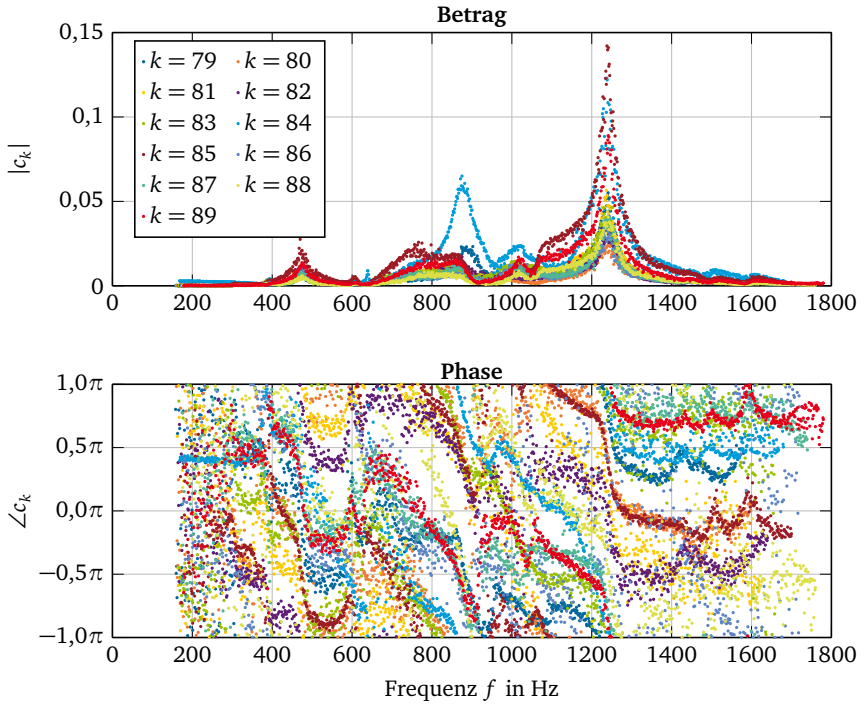


Abbildung 4.5: Ordnungen 79 bis 89 des normierten Schwingungssignal v_6 .

wie die Schwingungsanregung u_k zu modellieren ist, müssen die experimentellen Daten betrachtet werden.

Abbildung 4.5 zeigt die Ordnungen in der näheren Umgebung der nominellen Zahn-eingriffsordnung des Signals v_6 ⁷. Eine formale Definition der Ordnungsumgebung wird im nächsten Abschnitt folgen. An dieser Stelle sind die Ordnungen 79 bis 89 dargestellt. Für große Frequenzbereiche liegen nur sehr geringe Amplituden vor. Somit kommt es auch zu isolierten Resonanzen. Falls in einem Frequenzbereich eine stärkere Anregung vorliegt, kann dies alternativ durch eine stärker ausgeprägte Resonanz in der identifizierten Übertragungsfunktion dargestellt werden. Bei der Modellanpassung wäre es somit bereits schwierig, zwischen einem langwelligen Verlauf der Anregung und der Ausprägung der einzelnen Resonanzen zur unterscheiden, auch weil in den Frequenzbereichen

⁷Kraft in z -Richtung, vergleiche auch Abbildung 3.3 auf Seite 37.

abseits der Resonanzen die Stärke der Anregung aufgrund der dort zwingend geringen Amplituden irrelevant ist. Bei noch kürzerer charakteristischer Länge würden die als Teil der Schwingungsausbreitung modellierten Resonanzen in Konkurrenz zum Verlauf der Schwingungsanregung stehen. Das Gesamtmodell würde somit redundant und es entstünden verschiedene Parameterkombinationen mit dem selben Ergebnis. Die Daten zeigen somit deutlich, dass die Schwingungsanregung so wenig komplex wie möglich zu modellieren ist. Die charakteristische Länge der Schwingungsanregung muss daher maximal gewählt werden. Dies ist für einen konstanten Wert

$$u_k(\omega) \approx \hat{u}_k \quad (4.16)$$

der Fall. Die charakteristische Länge einer Konstante \hat{u}_k kann als unendlich betrachtet werden. Es ist jedoch zu betonen, dass damit keine Aussage über die tatsächliche Anregungskraft getroffen wird, lediglich dass alternative Verläufe nicht vom gewählten Modell zu unterscheiden sind.

Die mathematische Modellierung der Schwingungsausbreitung ist weitgehend festgelegt. Als schwach gedämpfte, lineare Struktur ergibt sich die Modellstruktur

$$H^{(j)}(\omega) = \sum_{l=1}^{n_m} \left(\frac{X_l^j}{i\omega - \lambda_l} + \frac{X_l^{j*}}{i\omega - \lambda_l^*} \right) \quad (4.17)$$

einer Übertragungsfunktion in Partialbruchdarstellung⁸. Als einziger Hyperparameter verbleibt die Anzahl der Eigenformen bzw. Pole n_m . Hierin sind λ_l die komplexen Eigenwerte, welche über Eigenfrequenzen und modale Dämpfung entscheiden. Alle Übertragungsfunktionen weisen identische Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaße auf. Die Skalierungsfaktoren X_l^j entscheiden, wie stark die l -te Resonanz an Sensor j ausgeprägt ist. Sowohl Eigenwerte als auch Skalierungsfaktoren treten als komplex konjugierte Paare aus λ_l und λ_l^* bzw. X_l^j und X_l^{j*} auf.

Setzt man die approximierte Schwingungsanregung (4.16) und Gleichung (4.17) in den ursprünglichen Ansatz (4.15) ein,

$$c_k^{(j)}(\omega) \approx \sum_{l=1}^{n_m} \left(\frac{X_l^j \hat{u}_k}{i\omega - \lambda_l} + \frac{X_l^{j*} \hat{u}_k}{i\omega - \lambda_l^*} \right) = \sum_{l=1}^{n_m} \left(\frac{R_l^{jk}}{i\omega - \lambda_l} + \frac{R_l^{jk*}}{i\omega - \lambda_l^*} \right) \quad (4.18)$$

so kann man die Anregungsamplituden \hat{u}_k und die Skalierungsfaktoren X_l^j zu einer Variable R_l^{jk} zusammenfassen, da sich die beiden Faktoren nicht trennen lassen.

Um das Modell praktisch zu nutzen, müssen die genauen Parameter λ_l und R_l^{jk} anhand der Messdaten angepasst werden. Die Rohdaten sind dazu allerdings nicht unmittelbar geeignet, denn sie weisen zwei Probleme auf, welche eine Identifikation von Parametern

⁸Andere übliche Darstellungen, etwa als Nenner- und Zählerpolynom sind mathematisch äquivalent.

erschweren. Zum ersten sind die Koeffizienten in Bezug auf die Kreisfrequenz ω nicht äquidistant abgetastet. Für eine Teilung der Winkelgeschwindigkeit des Versuchsplans von $\Delta\dot{\varphi}$ ergibt sich eine Teilung der Kreisfrequenzen von

$$\Delta\omega = k\Delta\dot{\varphi} \quad (4.19)$$

welche von der jeweiligen Ordnungszahl k abhängt. Somit liegen die Stützstellen der Daten in Bezug auf die Kreisfrequenz, mit der die Struktur erregt wird, zwangsweise bei unterschiedlichen Werten für die jeweiligen Ordnungen. Zudem hält der Prüfstand die Sollwerte für die Geschwindigkeit niemals exakt ein. Die Messung der Winkelgeschwindigkeit des Planetenträgers $\dot{\varphi}$ ist durch die sehr feine Teilung des Winkelgebers und die hohe Abtastfrequenz sehr viel genauer als die Drehzahlregelung des Antriebsmotors. Deshalb ist es am genauesten, mit den gemessenen Werten für die Kreisfrequenz ω zu rechnen, welche auch aufgrund von Abweichungen zwischen Soll- und Ist-drehzahl nicht äquidistant geteilt sind.

Zusätzlich zu dem Problem der ungleichmäßigen Teilung der Stützstellen liegt nur näherungsweise ein Verhalten vor, welches durch das Modell (4.18) beschreibbar ist. Es existieren zwei Phänomene, die eine Identifikation eines linearen Modells erschweren. Abbildung 4.6 zeigt zwei Teile des in Abbildung 4.5 vorgestellten Datensatzes. Der linke Teil zeigt einen Ausschnitt der Abbildung 4.5, in dem ausschließlich Ordnung 85 dargestellt ist. Im Bereich um 800 Hz kommt es zu einer vergleichsweise starken Streuung, welche auf ein uneindeutiges Verhalten hinweist. Die Streuung ist dabei in anderen Frequenzbereichen weit geringer. So ist etwa bei 600 Hz eine Resonanz klar erkennbar, obwohl deren Ausprägung geringer als das Niveau der Streuung um 800 Hz ist. Es liegt die Vermutung nahe, dass für die Frequenzen um 800 Hz alternative stationäre Schwingungszustände vorliegen. Dies ist ein typisches Phänomen nichtlinearer Systeme.

Im rechten Teil der Abbildung 4.6 ist die nominelle Zahneingriffsordnung aus dem Momentensignal v_{14} zu sehen. Es sind zwei Resonanzen klar zu erkennen, von denen die erste eine im Vergleich sehr geringe Dämpfung aufweist. Hierdurch entstehen zwei Schwierigkeiten: Erstens liegen nur wenige relevante Stützstellen vor, weil die Resonanzüberhöhung sehr schmal ist. Weiterhin müssen die komplexen Polstellen für alle Ordnungen und Schwingungssignale übereinstimmen; in den restlichen Schwingungssignalen ist die Dämpfung dieser Resonanz allerdings unvereinbar größer.

Die genannten Schwierigkeiten verhindern eine direkte Anwendung gängiger Algorithmen zur parametrischen Identifikation. Vor der Identifikation des parametrischen Modells ist daher ein nicht-parametrisches Modell als Zwischenschritt nötig. Dieses Vorgehen ist analog zu den nicht-parametrischen Schätzverfahren der experimentellen Modalanalyse zu sehen. Es muss drei Eigenschaften der Daten herstellen:

- Interpolation der Daten auf gemeinsame Frequenzstützstellen.
- Herstellung eindeutiger Verläufe in Bereichen größerer Streuung oder bei unein-

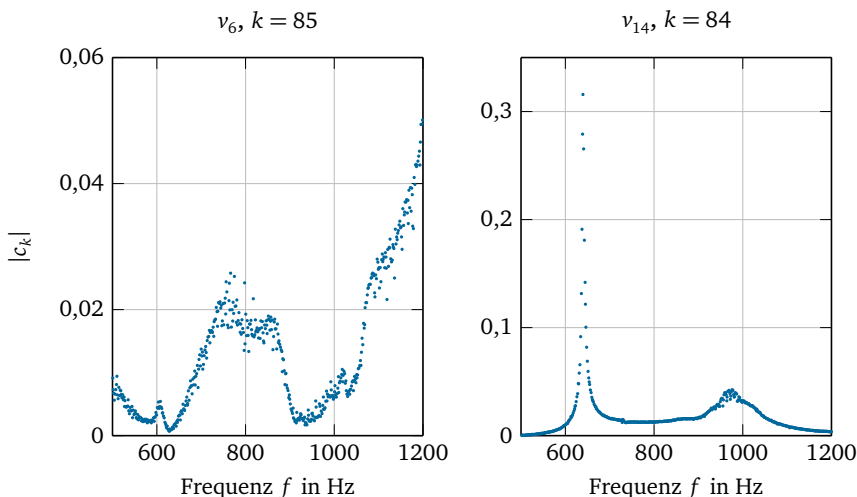


Abbildung 4.6: Gegenbeispiele, die die Notwendigkeit einer Glättung begründen: Streuung (links) und extrem geringe Dämpfung (rechts).

deutigem Verhalten.

- Herstellung konsistenter Dämpfung, auch wenn dadurch eine Minderzahl von Signalen verändert werden.

Die wichtigste Aufgabe des nicht-parametrischen Zwischenmodells ist die Trennung der Daten in einen deterministischen Anteil und eine additive Streuung.

Hierzu kommen verschiedene Verfahren in Frage. In den eigenen Veröffentlichungen [88] und [84] konnte ein gleitender Mittelwert erfolgreich für Daten aus Hochläufen eingesetzt werden. Bei der Verwendung stationärer Betriebsbedingungen fallen im Vergleich weniger einzelne Datenpunkte an. Zudem erhöht sich die Streuung gegenüber Hochläufen, da die einzelnen Stützstellen hier unabhängig voneinander erfasst werden. Das ist positiv zu bewerten und eine bewusste Entscheidung, weil es systematische Fehler in zufällige Fehler umwandelt – stellt allerdings höhere Anforderungen an die Auswertung der Daten.

Da die Qualität des nicht-parametrischen Zwischenmodells direkte Auswirkungen auf die Qualität des parametrischen Modells hat, ist hierzu ein besonders leistungsfähiger Ansatz nötig. Das nicht-parametrische Zwischenmodell muss die Daten nicht nur glätten und auf gemeinsame Stützstellen interpolieren – was auch weniger komplexe Ansätze leisten können – sondern die Daten intelligent interpretieren. Es ist die Aufgabe des Zwischenmodells, die Grenze zwischen der zufälligen Streuung und der wahren Dynamik

zu finden und dann den plausibelsten Verlauf der Dynamik zu schätzen. Dazu ist ein statistisches Modell auf Basis Gaußscher Prozesse, kurz GP-Modell, besonders geeignet. Rasmussen und Williams [72] geben eine detaillierte Einführung in das Thema. Eine Reproduktion der dort zu findenden mathematischen Beschreibung würde keine zusätzliche Erkenntnis schaffen, weshalb nur eine kurze Zusammenfassung der Methode folgt. Vorteil dieser Bayesschen Betrachtungsweise ist, dass die Streuung als inhärenter Teil der Daten aufgefasst wird. Die praktische Anwendung lässt sich in zwei Schritte unterteilen. Im ersten Schritt ist ein a-priori-Modell der Daten aufzubauen, mit dem dann im zweiten Schritt anhand der bestehenden Daten die Verteilungsdichte der zugrundeliegenden Dynamik an bislang unbekannten Stützstellen geschätzt werden kann.

Inzwischen liegen neben den reellen Formulierungen der GP-Modelle auch Ansätze vor, wie komplexe Funktionen durch GP-Modelle approximiert werden können. Lataire und Chen [49] stellen eine Methode vor, mit deren Hilfe komplexe, nicht-parametrische Übertragungsfunktionen verarbeitet werden können. In den von ihnen gewählten Beispielen zeigt diese Methode stets eine bessere Genauigkeit als konkurrierende Ansätze. Das Thema der komplexen GP-Modelle ist allerdings weiterhin Gegenstand der aktiven Forschung. So kritisieren etwa Boloix-Tortosa et al. [9] eine Reihe anderer Autoren aufgrund deren Formulierung der komplexen GP. Gerade das auch von Lataire und Chen genutzte Umschreiben der komplexen Daten in einen erweiterten reellen Vektor führt zu einer – vom mathematischen Standpunkt aus – unbefriedigenden Formulierung. Ein weiterer Schwachpunkt der Literatur ist, dass dort stets einzelne Übertragungsfunktionen betrachtet werden. Im hier untersuchten Fall liegen jedoch 165 gemeinsam zu behandelnde komplexe Funktionen vor. Hier müssten streng genommen die Kullback-Leibler-Divergenzen zwischen den Verteilungsdichten der einzelnen zu approximierenden Funktionen minimiert werden, wie etwa durch Bo und Sminchiescu [8] für reelle Funktionen gezeigt.

Für die vorliegenden Daten besteht allerdings die größte Abweichung der Modellannahmen von der Realität darin, dass das zugrunde liegende System eine nicht vollständig lineare Dynamik aufweist. Der Fehler, der entsteht, wenn Real- und Imaginärteil bzw. die einzelnen zu approximierenden Übertragungsfunktionen als statistisch unabhängig angenommen werden, ist dem gegenüber von untergeordneter Bedeutung. Deshalb erzielt bereits die einfachste Lösung, bei der Real- und Imaginärteil als unabhängige Funktionen behandelt werden, in der Praxis gute Ergebnisse. Das verwendete Modell betrachtet alle 165 zu approximierenden Funktionen als Paare unabhängiger reeller Funktionen. Im Folgenden ist das verwendete Regressionsmodell beschrieben.

Zunächst ist eine parametrische Form für die a priori anzunehmende Kovarianzfunktion zu wählen. Die gewählte Kovarianzfunktion

$$F_{\text{Cov}}(\omega_j, \omega_l) = \sigma_f^2 \left(1 + \frac{1}{2\alpha} \left(\frac{\omega_j - \omega_l}{\Omega} \right)^2 \right)^{-\alpha} + \sigma_s^2 \delta_{jl} \quad (4.20)$$

verfügt über vier Hyperparameter. Die angenommene Streuung der Messdaten σ_s^2 gehört streng genommen bereits zur genutzten Inferenz; ist hier aufgrund der Übersichtlichkeit allerdings der Kovarianzfunktion zugeschlagen. Ein hochgradig korrelierter Datensatz mit geringer Streuung zeigt z. B. ein hohes allgemeines Kovarianzniveau σ_f^2 und eine deutlich geringere Streuung der Messdaten σ_s^2 . Sollten die Daten vor allem zufällig entstehen, wäre ein umgekehrtes Verhältnis zu wählen. Der Hyperparameter Ω beschreibt die charakteristische Breite der einzelnen Resonanzen und steht somit eng mit dem Dämpfungsmaß in Verbindung. Zudem besteht der Formparameter α , welcher vor allem die Kurtosis, d. h. die Neigung der angenommenen Verteilung zu extremen Werten beschreibt. Geringe Werte führen hier zu einer hohen Kurtosis. Der Wert der Kovarianzfunktion ist dabei abhängig von den sogenannten Hyperparametern und den betrachteten Stützstellen, allerdings nicht von den dort beobachteten Werten. Bei der Auswertung der Kovarianzfunktion ist nur die Differenz der beiden Kreisfrequenzen der Stützstellen relevant – nicht ihre absolute Lage.

Die Kovarianzfunktion erzeugt dann die a priori unterstellte Kovarianzmatrix für die vorliegenden Daten und die Stützstellen, auf die interpoliert werden soll. Die Leistungsfähigkeit der Methode entspringt der Hyperparameteroptimierung. Dabei findet ein, der eigentlichen Interpolation vorgeschalteter, Optimierungsalgorithmus die am besten mit den vorliegenden Daten zu vereinbarenden Werte der Hyperparameter. Dabei ist eine inhärente Absicherung gegenüber einer möglichen Überanpassung der vorhergesagten Werte an die Datenbasis enthalten. Die Hyperparameter sind dabei für alle Schwingungssignale und Ordnungen identisch. Aus der Kovarianzmatrix und den beobachteten Daten können dann die erwarteten Werte und deren Varianzen an den auszuwertenden Stützstellen errechnet werden. Dabei ist eine Cholesky-Zerlegung der Kovarianzmatrix nötig, was für größere Datensätze zu erheblichen Rechenaufwand führen kann.

Abbildung 4.7 zeigt Ergebnisse des nicht-parametrischen Zwischenmodells, wobei aufgrund des Umfangs aller Daten nur der bereits in Abbildung 4.6 gewählte Teil dargestellt ist. Im linken Diagramm wird deutlich, dass die geschätzten Erwartungswerte für Real- und Imaginärteil nahe an den experimentellen Daten liegen. Der Verlauf folgt den Messdaten in sinnvoller Weise und ist auch in Bereichen mit hoher Streuung, etwa um 800 Hz in der Lage, einen plausiblen mittleren Verlauf zu finden. Die geschätzte Standardabweichung überschätzt die Streuung in Bereichen geringer Streuung und unterschätzt die Streuung in Bereichen höherer Streuung. Das bedeutet, dass hier ein homoskedastisches Modell auf einen heteroskedastischen Datensatz angewendet wird: Das Modell geht davon aus, dass die Streuung unabhängig von der Frequenz ist, während in der Realität Frequenzbereiche unterschiedlicher Streuung vorliegen. Da das geschätzte Streuungsmaß nicht in die anschließende parametrische Identifikation eingeht, ist dessen eingeschränkte Vorhersagekraft akzeptabel. Die zusätzliche Komplexität eines heteroskedastischen Modells, welches Bereiche unterschiedlicher Streuung abbilden kann, würde keinen Ertrag bringen. Im rechten Diagramm der Abbildung 4.7 wird deutlich, dass es bei einer Frequenz von 640 Hz zu starken Abweichungen zwischen Daten und Modell kommt. Der ermittelte

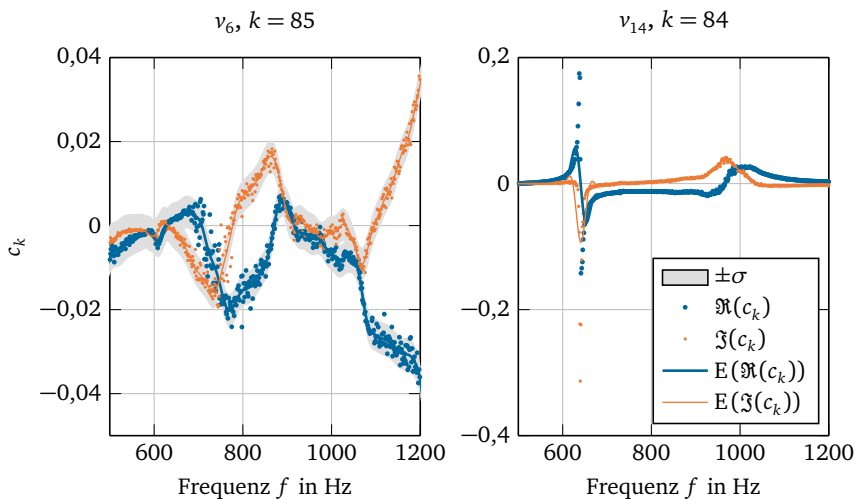


Abbildung 4.7: Interpolation des Zwischenmodells.

Längenmaßstab bezüglich der Frequenz ist inkompatibel mit dem lokal sehr steilem Verlauf der Daten. Dies hat zur Folge, dass das Modell hier die modale Dämpfung künstlich vergrößert. Die Verfälschung der Messdaten ist jedoch akzeptabel: Erstens stellt der in Abbildung 4.7 gezeigte Verlauf die einzige Ordnung aller Signale dar, bei der dies auftritt. Zudem ist das Artefakt nicht unerwünscht – es erleichtert die Anpassung der komplexen Eigenwerte λ_i des Modells (4.18), da so die eigentlich verfälschte Resonanz mit Resonanzen anderer Signale vereinbar wird. Letztlich bleibt zu bemerken, dass es sich bei dem nicht-parametrischen Modell um einen – wenn auch notwendigen – Zwischenschritt handelt. Das Gesamtverfahren muss anhand der Übereinstimmung des parametrischen Modells mit den experimentellen Daten beurteilt werden.

Anhand der auf gemeinsame äquidistante Stützstellen interpolierten nicht-parametrischen Schätzungen müssen im nächsten Schritt die Modellparameter nach Gleichung (4.18) ermittelt werden. Aufgrund der in der Literaturrecherche in Abschnitt 2.3 gewonnenen Übersicht der verfügbaren Verfahren fällt die Auswahl auf den von Berljafa und Güttel [6] entwickelten „rkfit“-Algorithmus. Abbildung 4.8 zeigt ein vereinfachtes Stabilisierungsdiagramm mit dem Ziel, daraus eine angemessene Anzahl an Eigenwertpaaren n_m abzuleiten. Stabilisierungsdiagramme kommen oft im Rahmen der experimentellen Modalanalyse zum Einsatz und unterstützen die Entscheidung, welche Eigenwerte der numerischen Optimierung in das Modell aufzunehmen sind und welche als Artefakt zu bewerten sind.

Anzahl von nur $n_m = 9$ Eigenfrequenzen entfällt der Bereich unter 600 Hz; bei noch geringerer Modellordnung schrumpft die Bandbreite des Modells weiter. Höhere Modellordnungen bieten den Vorteil einer genaueren Annäherungen des nicht-parametrischen Ergebnisses zum Preis einer höheren Komplexität. Ab einer Anzahl von 19 Polpaaren kommen auch reelle Pole im Modell vor. Dies ist klar als Überanpassung aufzufassen, insbesondere weil diese beiden reellen Pole bei einer Anzahl von 20 Polpaaren wieder verschwinden. Somit sind zwischen 10 und 18 Polpaaren sinnvoll. Die Entscheidung fällt auf eine Anzahl von $n_m = 12$ zulässigen Polpaaren, um auch für die Daten der anderen Prüfgetriebe eine zuverlässige Abdeckung aller relevanten Frequenzen sicherzustellen. Mit dieser Entscheidung sind die Modellstruktur und die numerische Implementierung vollständig festgelegt.

Abbildung 4.9 zeigt ein Teilergebnis der Modellanpassung für das Getriebe A4. Die Darstellung zeigt Ordnungen 79 bis 89 des Kraftsignals an der Stelle z_2 . Somit sind die Beträge von 11 aus insgesamt 165 gemeinsam angepassten komplexen Datensätzen zu sehen. Selbst bei diesem vergleichsweise kleinen Teil der gesamten Daten ist die Darstellung visuell bereits sehr komplex. Aus diesem Grund muss auch auf die Darstellung der Phase verzichtet werden. Die vertikalen Gitterlinien zeigen die Eigenfrequenzen des parametrischen Modells an. Die Zahlenwerte sind an der Abszisse abzulesen. Die parametrische Kurvenanpassung ist mittels durchgezogener Linien dargestellt; die experimentellen Ergebnisse mittels diskreter Punkte.

Die Qualität der Kurvenanpassung ist als gut zu beurteilen, insbesondere vor dem Hintergrund, dass 165 einzelne Kurven mit gemeinsamen Polstellen anzupassen sind. An einigen Stellen kommt es zu systematischen Abweichungen. So trifft das parametrische Modell nicht immer die durch die experimentellen Daten nahegelegten Eigenfrequenzen; besonders bei 486 Hz. Diese Abweichung ist nicht auf das nicht-parametrische Zwischenmodell zurückzuführen, weil darin kein Mechanismus existiert, der zur Verlagerung von Eigenfrequenzen führen könnte. Stattdessen muss diese Abweichung als Verlagerungen von Eigenfrequenzen infolge der Nichtlinearität verstanden werden. Das lineare Modell gerät hier an seine Grenzen. Die Überschätzung der Dämpfung bei 1240 Hz ist hingegen als typisches Artefakt des Zwischenmodells zu sehen. Für Ordnung 86 kommt es teilweise nicht zu einer sinnvollen Modellanpassung, jedoch leistet diese Ordnung einen nur geringen Beitrag zur Gesamtschwingung.

Aus der Abbildung wird deutlich, dass einige Eigenfrequenzen für den dargestellten Sensor nicht relevant sind. So ist z. B. die Eigenfrequenz bei 639 Hz fast unsichtbar und auch bei 1483 Hz finden sich nur geringe Beträge. Im Gegensatz dazu sind bei 486 Hz und 1240 Hz deutlich ausgeprägte Eigenfrequenzen zu erkennen. Diese sind klar gegenüber den benachbarten Frequenzbereichen abgegrenzt. Im Vergleich dazu ist der Bereich zwischen 754 Hz und 1026 Hz schwieriger zu beurteilen. Die Dichte an geschätzten Eigenfrequenzen ist hier im Vergleich zu den anderen Bereichen groß.

Bemerkenswert ist auch, dass die Beiträge der einzelnen Ordnungen nicht in festen Verhältnissen zueinander stehen. Bei der Eigenfrequenz von 1240 Hz zeigen alle Ord-

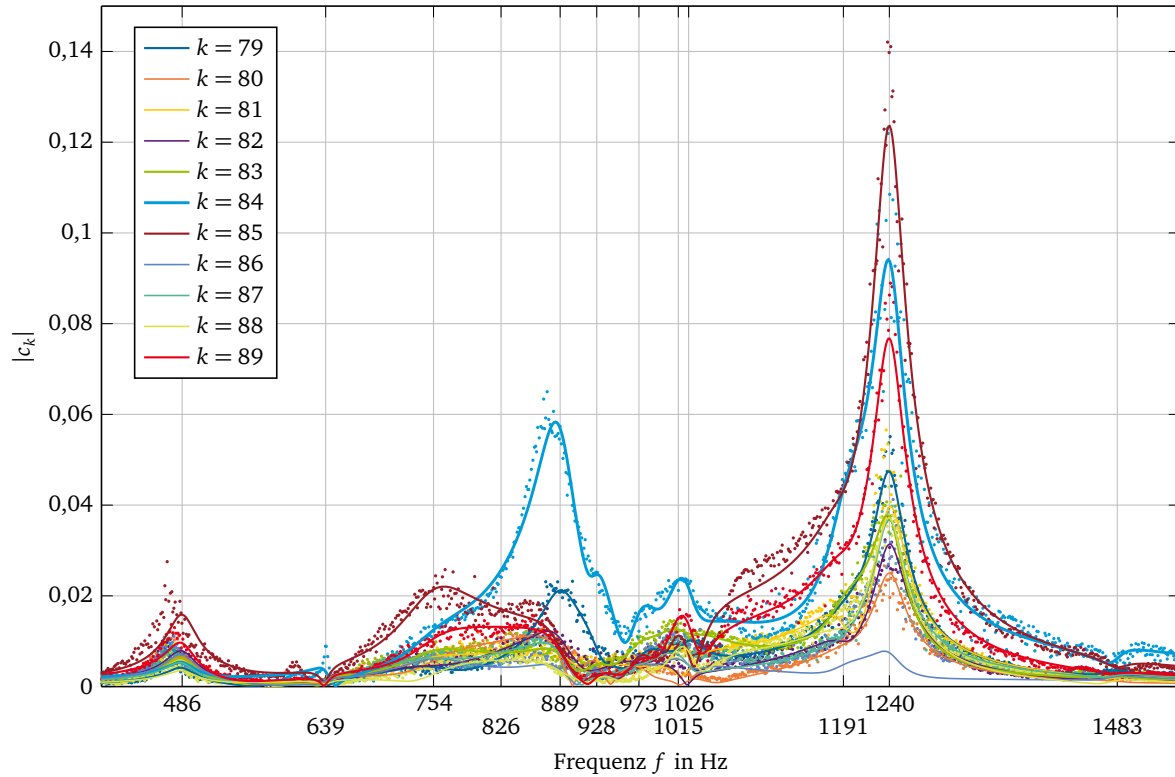


Abbildung 4.9: Parametrische Anpassung für Getriebe A4. Alle 15 Sensorkanäle gehen ein. Dargestellt: v_6 (Kraft z_2).

nungen eine deutliche Antwort, wobei die Ordnung 85 eindeutig den größten Betrag aufweist. Auch die nominelle Zahneingriffsordnung 84 ist gut ausgeprägt und leistet den zweitgrößten Beitrag. An dritter Stelle steht bei dieser Frequenz die Ordnung 89 und an vierter die Ordnung 79. Die verbleibenden Ordnungen zeigen ein geringeres Niveau. Dieses Verhältnis lässt sich in ähnlicher Form bei 486 Hz beobachten, wobei diese Resonanz insgesamt weniger stark ausgeprägt ist. Vollkommen abweichend zu diesen beiden Stellen zeigt die nominelle Zahneingriffsordnung 84 eine Resonanz bei 889 Hz, bei der weiterhin nur Ordnung 79 einen signifikanten Ausschlag zeigt.

Aufgrund der Datenmenge ist es nicht möglich, alle parametrische Anpassungen im Detail zu zeigen. Trotzdem stellt sich die Frage, ob die Ergebnisse für alle Prüfgetriebe des selben Typs identisch sind. Deshalb stellt Tabelle 4.1 die ermittelten Eigenfrequenzen für alle sechs Prüfgetriebe des Typs A dar. Die Eigenfrequenzen sind, bei ausreichender Übereinstimmung, einander zugeordnet. Als Ähnlichkeitsmaß kommt eine Kombination der Differenz der ermittelten Eigenfrequenzen und dem MAC-Wert⁹ zum Einsatz. Für eine Übereinstimmung ist dabei ein MAC-Wert von mehr als 0,5 erforderlich, allerdings nicht hinreichend. Da die Ähnlichkeit von insgesamt sechs Getrieben relevant ist, bedarf es einiger zusätzlicher graphentheoretischer und subjektiver Kriterien, welche an dieser Stelle allerdings nicht im Detail erläutert werden sollen, weil aus der genauen Zuordnung der Eigenfrequenzen keine für die weitere Diskussion relevanten Konsequenzen erwachsen.

Nach Tabelle 4.1 ergeben sich insgesamt 7 Eigenfrequenzen, bei denen eine gute Übereinstimmung zwischen den Prüfgetrieben zu erkennen ist. Zudem liegen einige weitere Frequenzen vor, bei denen drei oder zwei Prüfgetriebe ähnliche Eigenfrequenzen und Eigenformen aufweisen. Wie bereits anhand der Abbildung 4.9 zu erwarten, liegen vor allem im Bereich von 750 Hz bis 1050 Hz eine Reihe von Eigenfrequenzen vor, für die keine gute Übereinstimmung zwischen den Prüfgetrieben zu finden ist. In diesem Bereich ist die Dichte an Eigenfrequenzen gegenüber anderen Frequenzbereichen erhöht, was eine eindeutige Modellanpassung erschwert und auch zu einem sensitiveren Verhalten der realen Getriebe gegenüber kleinen Störungen führt. Dennoch finden sich auch in diesem Bereich die Übereinstimmungen 3, 4 und 5 zwischen den Prüfgetrieben.

Es lässt sich somit schließen, dass die entwickelte Modellierungsstrategie zu einer ausreichend präzisen Beschreibung der Dynamik der Getriebe führt – andernfalls wären die Übereinstimmungen der Tabelle 4.1 nicht zu erwarten. Die den Messdaten angepassten Modelle ermöglichen ein tieferes Verständnis der Dynamik der untersuchten Planetengetriebe. Die Ergebnisse weisen allerdings zwei Mängel auf: Das vorgestellte Verfahren ist aufwändig. Sowohl Versuch als auch Auswertung erfordern zu viele Einzelschritte. Darüber hinaus ist es nicht in der Lage, die Modulation in einfacher Weise zu beschreiben.

⁹Modal Assurance Criterion, siehe auch Ewins [23] für eine genaue Definition.

Tabelle 4.1: Identifizierte Eigenfrequenzen der Getriebe A1 bis A6.

Übereinstimmung	Eigenfrequenzen in Hz					
	A1	A2	A3	A4	A5	A6
1	481	505	486	486	499	484
–						611
2	640	641	643	639	639	640
–					683	
–				754	747	760
–	838		836	826		
–	876	861				
–			883			
–				889	896	882
3	909	900	907	928	940	922
–		927				
–	948	958	951			948
4	990	985		973	968	989
–				1015		
–					1027	
5	1033	1048	1023	1026	1044	1037
–			1114			
–	1118	1135				
–			1167			
–				1191	1202	1178
6	1269	1273	1265	1240	1241	1244
–	1345	1337				
–			1459			
7	1473	1488	1489	1483	1478	1485

4.3 Berechnung der Schwingungssignatur

Das Modell des dynamischen Verhaltens ermöglicht eine detaillierte Analyse der Eigenfrequenzen im Betriebsbereich. Somit werden auch die Aussagen der Literatur bezüglich der Eigenfrequenzen von Planetengetrieben überprüfbar. Das dynamische Modell weist allerdings auch Probleme auf. Zum einen besitzt es aufgrund der Ordnungszersetzung sehr viele Parameter. Für jede Eigenfrequenz sind 165 komplexe Skalierungsfaktoren R_l^{jk} nötig. Die gute Übereinstimmung der Eigenfrequenzen und Eigenformen zwischen den verschiedenen Prüfgetrieben zeigt, dass die Methode nicht zur Überanpassung neigt – weshalb es nicht möglich ist, die selbe Aussage mit weniger Modellparametern zu realisieren. Trotz dieser hohen Komplexität ist das dynamische Modell signifikanten Einschränkungen unterworfen: Das Lastmoment und die Temperatur werden während der Messung bei konstanten Werten gehalten, wodurch das Modell keine Aussage bezüglich dieser Größen treffen kann. Darüber hinaus ist auch unklar, ob die angepassten Modelle robust gegenüber einer Variation dieser Betriebsparametern sind. Der gravierendste Kritikpunkt ist allerdings, dass mit den angepassten Modellen keine präzise Aussage über die vorliegenden Modulation möglich ist. Zwar kodieren die Skalierungsfaktoren R_l^{jk} die Modulation, können aber keine globale Aussage treffen.

Es wird klar, dass eine alternative Untersuchungsmethode nötig ist, welche primär auf die Modulation der Schwingungssignale abzielt. Im Vergleich zum entwickelten dynamischen Modell soll die neue Methode weniger komplex gestaltet sein. Das betrifft drei Bereiche: Bereits bei der Erfassung der Messdaten sollen weniger Betriebspunkte nötig sein. Weiterhin soll die anschließende Datenverarbeitung weniger Zwischenschritte enthalten, wodurch weniger Artefakte in der Datenbasis erzeugt werden. Schließlich soll das Ergebnis der Methode weniger zu interpretierende Zahlenwerte enthalten und intuitiver zu verstehen sein. Aufgrund der Ergebnisse der dynamischen Modellierung ist unmittelbar ersichtlich, dass diese geforderten Eigenschaften zu einem Modell führen müssen, welches Phänomene wie Resonanz nicht erklären kann. Anstelle einer genauen Wiedergabe von Phänomenen über die Modulation hinaus kann daher nur eine Robustheit gegenüber diesen gefordert werden. Das bedeutet vor allem eine geringe Sensitivität der zu entwickelnden Methode gegenüber den Betriebsparametern, weil diese die Phänomene wie Resonanz oder Lastabhängigkeit steuern.

Anders ausgedrückt, ist es das Ziel des zu entwickelnden Modells, die Daten der Versuche zu einer einfach zu interpretierenden Schwingungssignatur zu aggregieren. Diese im Folgenden zu erarbeitende Schwingungssignatur soll dabei eine präzise, robuste, aber unmittelbar verständliche Charakterisierung der Modulation eines untersuchten Planetengetriebes ermöglichen. Eine eigene Veröffentlichung [87] zeigt einen Ansatz auf, wie eine Schwingungssignatur definiert sein kann und welche weiteren Möglichkeiten der Analyse bestehen. Eine Schwäche der dort entwickelten Methode ist, dass die Ergebnisse der einzelnen Schwingungssignale nur schwer zu einer Gesamtaussage zu kombinieren sind. Im Unterschied zur bisherigen Methode soll die in diesem Abschnitt zu entwickelnde

Schwingungssignatur eine besser an die Dynamik der Getriebe angepasste Methode zur Aggregation der Daten nutzen. Bisher kam in [87] eine direkte Singulärwertzerlegung zum Einsatz, wodurch die Modulation abseits der Resonanzen einen nur geringen Einfluss auf die Schwingungssignatur aufweist. Auch in diesem Abschnitt sind Schwingungssignale unterschiedlicher Sensorarten miteinander zu verrechnen. Die in Gleichung (4.12) definierte Normierung der Schwingungssignale wird daher auch hier verwendet, sodass das Modell von den normierten Schwingungssignalen v_1 bis v_{15} ausgeht¹⁰.

Aufgrund des Grundgedankens der zu entwickelnden Methode ist die erfasste Datenbasis von besonderer Bedeutung. Würde man nur die Schwingungssignale enger Drehzahlbereiche einfließen lassen, so würde das Ergebnis stark von der Wahl der Betriebsbedingungen abhängen. Wie bereits anhand von Abbildung 4.9 ersichtlich, kann die Modulation für manche Frequenzen ein Verhalten zeigen, das deutlich vom sonst vorherrschenden Verhalten abweicht. Der Versuchsplan zur Identifikation des dynamischen Modells enthält daher möglichst viele verschiedene Drehzahlen. Diese Eigenschaft muss bei der Ermittlung der Schwingungssignatur erhalten bleiben – gleichzeitig müssen hierbei zudem die Betriebsparameter Lastmoment und Temperatur in einem möglichst breiten Bereich variieren, da sonst ebenfalls die Gefahr besteht, ein lokal begrenztes Verhalten anzutreffen. Ähnliche Anforderungen sind für viele wissenschaftliche Untersuchungen relevant, weshalb hierfür eine Reihe gängiger Lösungen zur Verfügung stehen. Siebertz et al. [76] geben eine gute Einführung in das Thema der statistischen Versuchsplanung. In diesem Fall kommt der von Crombecq et al. [17] entwickelte Versuchsplan zum Einsatz. Die Autoren beleuchten das Thema in einem weiterführenden Beitrag [16] und empfehlen die so konstruierten Versuchspläne besonders für die Anwendung in Simulationen. Da die Versuche an den Prüfgetrieben automatisiert ablaufen und anhand der Betriebsparameter determiniert sind, besteht in dieser Beziehung kein wichtiger Unterschied zwischen einem Versuch und einer Simulation. Zudem stellen die Autoren dieser Beiträge eine Implementierung unter dem Namen „Sequential Experimental Design (SED) Toolbox“ zur Verfügung.

Ein Betriebspunkt eines untersuchten Getriebes

$$\mathbf{q}_l = (N_A, M_L, \vartheta)^T \quad (4.21)$$

ist dabei durch die Werte der Betriebsparameter, d. h. die Antriebsdrehzahl N_A , das Lastmoment M_L und die Temperatur ϑ definiert. Die Antriebsdrehzahl

$$N_A = i \frac{\dot{\varphi}}{2\pi} \quad (4.22)$$

lässt sich über die Getriebeübersetzung i direkt mit der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ des Planetenträgers in Verbindung bringen. In diesem Fall ist die Antriebsdrehzahl aber vorzuziehen, weil dies die Größe ist, die im Versuch tatsächlich eingestellt wird. Ein auf

¹⁰Für eine ausführliche Begründung der Normierung siehe Seite 60.

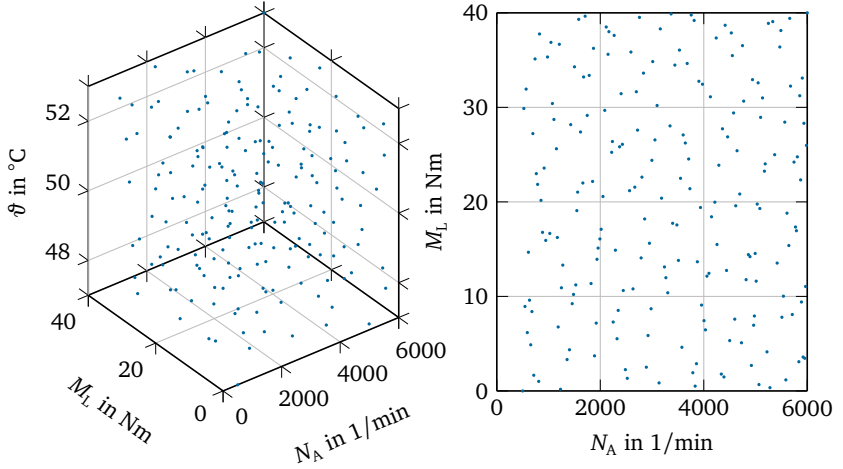


Abbildung 4.10: Für Getriebetyp A verwendeter Versuchsplan. Links: Dreidimensionale Ansicht. Rechts: Draufsicht ohne Temperaturinformation.

dem Prüfstand abzufahrender Versuchsplan

$$\mathbb{P}_{n_q} = \{\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{n_q}\} \quad (4.23)$$

kann als Menge von Betriebspunkten aufgefasst werden. Er umfasst dabei n_q einzelne Betriebspunkte in einer geordneten Reihenfolge. Die genauen Werte der einzelnen Betriebspunkte werden mit Hilfe des von Crombecq et al. entwickelten Verfahrens bestimmt, dessen Grundprinzip im Folgenden kurz erläutert wird. Der Versuchsplan ist grundsätzlich raumfüllend angelegt, d. h. der minimale Abstand zweier Betriebspunkte wird maximiert. Ein optimal raumfüllender Versuchsplan

$$\mathbb{P}_{\text{opt}} = \arg \max_{\mathbb{P}} \min_{j \neq l} d(\mathbf{q}_j, \mathbf{q}_l) \quad (4.24)$$

würde nur vom gewählten Abstandsmaß $d(\dots)$ und der Anzahl der Punkte n_q abhängen. Das Verfahren zur Konstruktion des Versuchsplans nach Crombecq et al. stellt neben einer möglichst idealen Ausfüllung des Raums weitere Anforderungen an die Verteilung der Betriebspunkte, welche mit (4.24) in Konflikt stehen.

Zusätzlich zur gleichmäßigen Füllung des Raums müssen alle Betriebsparameter verschiedene Werte aufweisen, sodass alle Drehzahlen, Lastmomente und Temperaturen des Versuchsplans nicht mehrfach vorkommen können. Als weitere grundlegende Eigenschaft

sind die generierten Versuchspläne sequentiell aufgebaut: Beginnt man bei einem Versuchsplan mit einer gegebenen Anzahl an Betriebspunkten, so lässt sich iterativ jeweils ein weiterer Punkt hinzufügen, ohne die Eigenschaften des Versuchsplans zu beeinträchtigen.

$$\mathbb{P}_{n_q+1} = \mathbb{P}_{n_q} \cup \{\mathbf{q}_{n_q+1}\} \quad (4.25)$$

Genauso lässt sich der jeweils letzte Punkt entfernen, ohne dass die Eigenschaften des Versuchsplans verloren gehen. Diese Art der Konstruktion erlaubt es, z. B. den Einfluss der Größe des Versuchsplans besonders präzise zu untersuchen. Aufgrund der sequentiellen Konstruktion kann der Versuchsplan den zur Verfügung stehenden Raum nur näherungsweise optimal füllen. Crombecq et al. [16, 17] zeigen jedoch, dass die Güte dieser Konstruktion im Vergleich zu anderen Auslegungen eine hohe Qualität besitzt und die genannten Eigenschaften zumindest näherungsweise zeigt.

Abbildung 4.10 stellt den für Getriebetyp A genutzten Versuchsplan mit insgesamt 200 einzelnen Betriebspunkten dar. Die Antriebsdrehzahl reicht von 500/min bis 6000/min, das Lastmoment von 0 Nm bis 40 Nm und die Temperatur von 47 °C bis 53 °C. Auf der linken Seite ist der, durch die Betriebsparameter aufgespannte, dreidimensionale Raum dargestellt. Rechts ist eine Projektion zu sehen, in der die Temperatur senkrecht zur dargestellten Ebene liegt. Es ergibt sich dabei keine regelmäßige Anordnung der Betriebspunkte; die raumfüllenden Eigenschaften sind aber deutlich zu erkennen.

Ziel der Methode ist es, aus der gesamten Datenmenge eines Versuchsplans eine für das Prüfgetriebe repräsentative Schwingungssignatur zu errechnen. Es stellt sich allerdings die Frage, welche der extrahierten Ordnungen in die Berechnung der Schwingungssignatur einfließen sollen. Bereits in Abbildung 4.2 auf Seite 54 wurde ersichtlich, dass relevante Ordnungen sich in der Nähe der ganzzahligen Vielfachen der nominellen Zahneingriffsordnung finden. Ausgehend von dieser Tatsache lässt sich der Begriff der Ordnungsumgebung

$$\mathbb{U}_l := \{lZ_2 - w, \dots, lZ_2 + w\} \quad (4.26)$$

definieren. Die beidseitige Weite der Ordnungsumgebung w sollte so groß sein, dass alle relevanten Ordnungen enthalten sind, aber die Umgebung nicht unnötig anwächst. Für die untersuchten Getriebe hat sich eine Weite von $w = 10$ als praktikabel erwiesen, da so alle wesentlichen Informationen in der Schwingungssignatur sicher enthalten sind und ihre Größe nicht unpraktikabel ansteigt. Die Umgebungen für diese Getriebe mit einer nominellen Zahneingriffsordnung von $k_{\text{nom}} = 84$ sind somit

$$\mathbb{U}_1 := \{74, 75, \dots, 94\} \quad (4.27)$$

$$\mathbb{U}_2 := \{158, 159, \dots, 178\} \quad \text{usw.} \quad (4.28)$$

Um den Lesenden eine anschaulichere Darstellung zu bieten, zeigt Abbildung 4.11 das Ergebnis des Verfahrens für verschiedene Ordnungsumgebungen im Vorgriff auf die genaue Definition der Methode. Die Elemente s_k der noch zu definierenden Schwingungs-

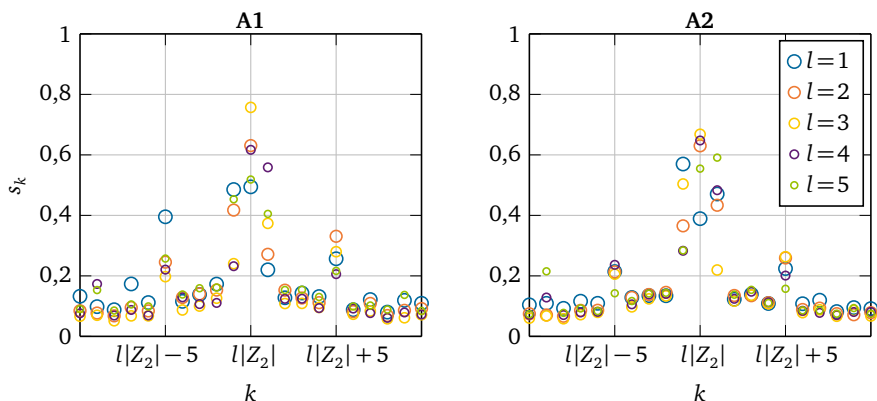


Abbildung 4.11: Schwingungssignaturen der ersten fünf Ordnungsumgebungen für die Prüfgetriebe A1 und A2.

signatur s nehmen Werte zwischen 0 und 1 an. Abbildung 4.11 stellt aus Platzgründen nur die Ergebnisse der Getriebe A1 und A2 dar; der Anhang enthält auf Seite 138 eine Darstellung mit den Daten aller Prüfgetriebe des Typs A – wobei Prüfgetriebe A3 bis A6 ein gleichartiges Verhalten zeigen. Dabei sind jeweils die Schwingungssignaturen der ersten fünf Ordnungsumgebungen \mathbb{U}_1 bis \mathbb{U}_5 dargestellt. Ein Wert eines Elements s_k von 1 bedeutet, dass in dieser Ordnungsumgebung diese Ordnungszahl k die Schwingungssignale maximal dominiert. Bei einem geringen Wert trägt die zugehörige Ordnung hingegen nur wenig zum Gesamtniveau der Schwingung bei. Es fällt auf, dass nur wenige Ordnungen einen Betrag von weniger als 0,1 aufweisen. Jede Ordnung, die das doppelte dieses Grundniveaus, d. h. einen Betrag von 0,2 überschreitet wird im Folgenden als signifikant bezeichnet.

Es zeigt sich visuell eine starke Ähnlichkeit zwischen den Ergebnissen der einzelnen Ordnungsumgebungen. Dabei ist aber die erste Ordnungsumgebung \mathbb{U}_1 für alle Prüfgetriebe des Typs A am stärksten moduliert. Das ist daran zu erkennen, dass die Signaturen der ersten Ordnungsumgebung \mathbb{U}_1 im Vergleich zu den höheren Ordnungsumgebungen $\mathbb{U}_2, \mathbb{U}_3$ usw. für die ganzzahligen Vielfachen der nominellen Zahneingriffsordnung $l|Z_2|$, also 84, 168 usw., stets den geringsten Wert aufweisen. Somit entfällt im Umkehrschluss mehr Signalleistung auf die anderen Ordnungen der jeweiligen Ordnungsumgebung. Anders ausgedrückt, ist die Modulation der ersten Ordnungsumgebung am deutlichsten ausgeprägt – weshalb sie am besten zur Berechnung der Schwingungssignaturen geeignet ist. Da dies zudem den einfachsten Fall darstellt, soll im Folgenden ausschließlich die erste Ordnungsumgebung \mathbb{U}_1 betrachtet werden.

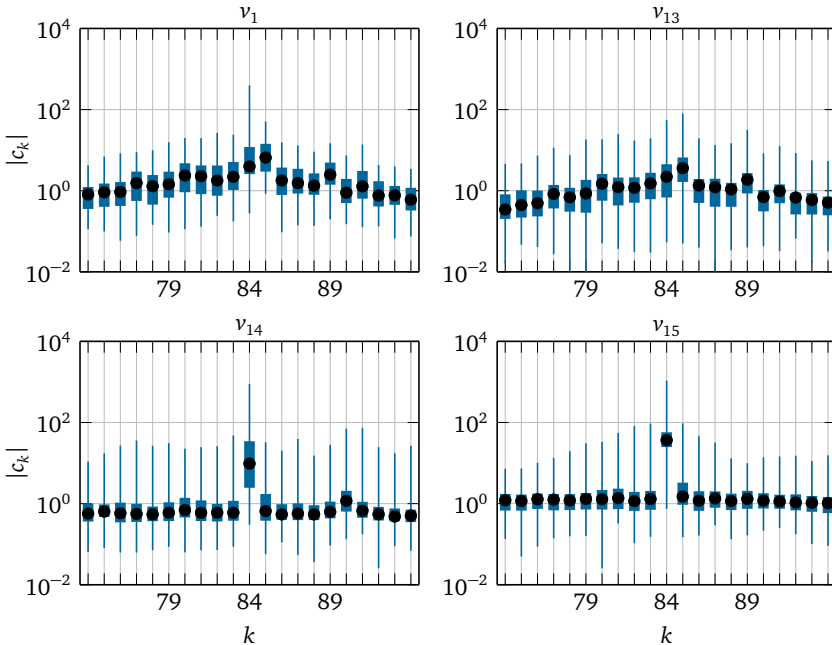


Abbildung 4.12: Boxplots der Fourier-Koeffizienten ausgewählter Schwingungssignale.

Im nächsten Schritt stellt sich die Frage, welche Sensoren zur Berechnung der Schwingungssignatur herangezogen werden sollen. Diese Frage lässt sich am besten auf Grundlage der Daten entscheiden. Abbildung 4.12 stellt daher die Fourier-Koeffizienten aller Einzelversuche des beschriebenen Versuchsplans dar. Wie anhand von Abbildung 4.11 entschieden, ist nur die erste Ordnungsumgebung \mathbb{U}_1 dargestellt. Aufgrund der großen Datenmenge kann nur eine vereinfachte Darstellung – ein sogenannter Box-Plot¹¹ – zum Einsatz kommen. Zudem sind nur vier ausgewählte Schwingungssignale in Abbildung 4.12 enthalten; eine vollständige, aber schlechter lesbare Darstellung findet sich im Anhang auf Seite 139. Abbildung 4.12 weist eine logarithmische Ordinate auf, welche sich über sechs Dekaden erstreckt.

¹¹Die einzelnen Datenpunkte werden dabei in vier Quartile aufgeteilt. Jedes Quartil enthält ein Viertel aller Datenpunkte, wobei diese nach ihrem Betrag geordnet sind. Die Grenze zwischen dem zweiten und dem dritten Quartil entspricht genau dem Median. In der Grafischen Darstellung ist der Median durch einen Punkt gekennzeichnet, die beiden mittleren Quartile durch ein Rechteck (Box) und die Gesamtheit der Daten durch eine dünne Linie.

Bei einer linearen Darstellung würde der Median deutlich unter der optischen Mitte des Diagramms liegen, da die Verteilung der Daten ausgesprochen rechtsschief ist. Es finden sich somit viele Datenpunkte geringen Betrages und eine Minderzahl von Werten, die deutlich über dem Mittelwert liegen – dann aber um eine Größenordnung darüber. Daher wurde auf eine Klassifikation von Ausreißern verzichtet. Die gängigen Kriterien für Ausreißer würden einen großen Teil der Daten aufgrund der stark rechtsschiefen Verteilung fälschlicherweise als Ausreißer erkennen. Es liegen auch keine Indizien dafür vor, einen Teil der Daten als Ausreißer zu betrachten. Die Verteilung der Daten entspricht dabei den Erwartungen, weil das dynamische Modell bereits die Existenz lokal ausgeprägter Resonanzen gezeigt hat, in denen deutlich stärkere Schwingungen als in den meisten Betriebspunkten auftreten.

In den Diagrammen der Abbildung 4.12, bzw. allen Diagrammen der vollständigen Ansicht im Anhang, ist eine charakteristische Ausprägung der einzelnen Ordnungen deutlich zu erkennen – mit Ausnahme der Schwingungssignale v_{14} und v_{15} . In diesen beiden Signalen ist die Modulation weit geringer ausgeprägt; stattdessen dominiert die nominelle Zahneingriffsordnung. Die Schwingungssignale v_{14} und v_{15} repräsentieren das Ein- bzw. das Ausgangsmoment. Folglich entsteht die Modulation erst beim Übergang von Rotation zu Translation. Für die Berechnung einer getriebespezifischen Schwingungssignatur sind daher nur die Signale v_1 bis v_{13} relevant.

Vor der genauen Erläuterung der einzelnen Schritte zur Berechnung der Schwingungssignatur soll das gesamte Verfahren kurz zusammengefasst werden:

1. Definition des raumfüllenden Versuchsplans \mathbb{P}
2. Automatisierte Ausführung des Versuchsplans¹²
3. Ordnungszерlegung
4. Aggregation der Ergebnisse in der Datenmatrix \mathbf{C}
5. Transformation der Datenmatrix zur Signaturmatrix \mathbf{S}
6. Mittelung der Signaturmatrix mit dem Ergebnis der Schwingungssignatur \mathbf{s}

Die ersten drei Schritte wurden bereits besprochen und die detaillierte Definition der restlichen Schritte folgt.

In Anlehnung an den im letzten Abschnitt vollzogenen Übergang vom Zeitbereich zum Ordnungs-Frequenzbereich¹³ lassen sich die experimentell erhaltenen Schwingungssignale und die zugehörigen Fourier-Koeffizienten $c_k^{(j)}$ als Funktionen

$$v_j(t, \mathbf{q}_t) \rightarrow c_k^{(j)}(\mathbf{q}_t) \quad (4.29)$$

¹² Siehe auch Abbildung 3.6 auf Seite 45.

¹³ Siehe hierzu auch Gleichung (4.14) auf Seite 60.

des Betriebspunkts \mathbf{q} bzw. dessen Realisierungen \mathbf{q}_l im Rahmen des Versuchsplans \mathbb{P} auffassen. Diese Datenbasis ist in den nächsten Schritten zu einer Schwingungssignatur \mathbf{s} zusammenzufassen.

Die Aggregation beginnt mit der Zusammenfassung der – ausschließlich – ersten Ordnungsumgebung zu Zeilenvektoren

$$\mathbf{c}^{(j)}(\mathbf{q}_l) = \left(c_{\min U_1}^{(j)}(\mathbf{q}_l), \dots, c_{\max U_1}^{(j)}(\mathbf{q}_l) \right) \quad (4.30)$$

welche die Koeffizienten der ersten Ordnungsumgebung jeweils eines Betriebspunkts enthalten. Im nächsten Schritt können die Zeilenvektoren zu einer Teilmatrix

$$\mathbf{C}^{(j)} = \begin{pmatrix} \mathbf{c}^{(j)}(\mathbf{q}_1) \\ \vdots \\ \mathbf{c}^{(j)}(\mathbf{q}_{n_q}) \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

Zusammengefasst werden, welche die Ergebnisse des j -ten Schwingungssignals für alle n_q Betriebspunkte \mathbf{q}_l des Versuchsplans \mathbb{P} enthält. Schließlich lassen sich die Teilmatrizen der einzelnen Schwingungssignale zur Datenmatrix

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{C}^{(13)} \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

aggregieren. Für den Referenzversuchsplan mit $n_q = 200$ Betriebspunkten ergibt sich eine Datenmatrix \mathbf{C} der Dimension $\{2600 \times 21\}^{14}$; für größere Versuchspläne wächst die Datenmatrix entsprechend an. Die Einträge der Matrix \mathbf{C} sind einheitenfrei und komplex. Ausgehend hiervon ist nun eine Aggregation der Daten zur noch zu definierenden Schwingungssignatur \mathbf{s} möglich.

Die genaue Berechnungsvorschrift der Schwingungssignatur \mathbf{s} muss anhand zu erfüllender Anforderungen konstruiert werden. Im ersten Schritt ist eine Klärung dieser Anforderungen nötig.

1. Soll die Phase der einzelnen komplexen Koeffizienten c berücksichtigt werden oder ist es vorteilhaft, lediglich ihren Betrag zu verwenden?
2. Sollen die Sensoren getrennt behandelt werden oder soll das gewünschte Aggregat alle Kanäle umfassen?
3. Muss die Datenmatrix weiteren Transformationen unterzogen werden? Wie geht das Verfahren mit den Effekten der Resonanzen um?

¹⁴Für die getroffene Wahl der Schwingungssignale, Weite der Ordnungsumgebung und Anzahl der Punkte im Versuchsplan; im Detail: $\{(13 \cdot 200) \times (2 \cdot 10 + 1)\}$.

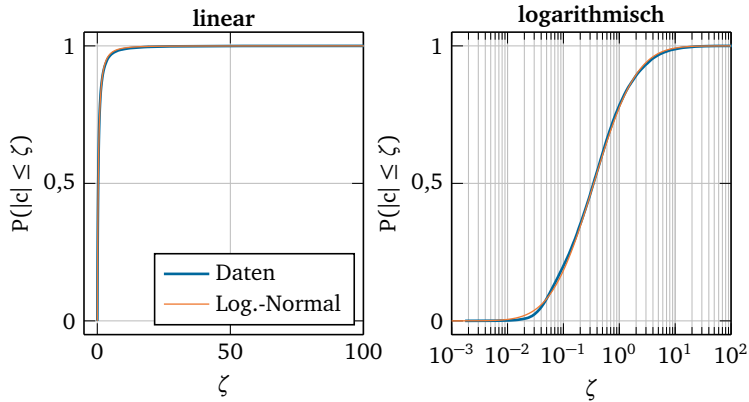


Abbildung 4.13: Verteilungsfunktion der Beträge aller Elemente der Datenmatrix.

4. Welche Vorschrift soll zur aggregierten Schwingungssignatur führen? Mögliche Vorschriften umfassen das arithmetische Mittel, den Median oder eine Singulärwertzerlegung.

Die erste Frage lässt sich klar beantworten: Sinnvoll können nur die Beträge der Koeffizienten verwendet werden. Der Grund dafür liegt im dynamischen Verhalten der Strukturbauteile des Prüfstands. Durch deren resonantes Verhalten werden die Phasenlagen so stark verzerrt, dass sie keine Aussagen über das Verhalten der Zahnräder zulassen. Je nach Art der Mittelung könnte es bei der Verwendung komplexer Werte auch zu gegenseitiger Auslöschung kommen. Die Antwort auf die zweite Frage hängt vom genauen Untersuchungsziel ab. In diesem Fall ist die stärkste Zusammenfassung gewünscht, sodass alle Sensoren in eine Schwingungssignatur einfließen müssen. Das im Folgenden behandelte Verfahren kann allerdings wahlweise die Daten einzelner Sensoren verwenden und somit auch Aussagen für einzelne Schwingungssignale separat gewinnen. Darauf soll nicht weiter eingegangen werden, da dies dem Ziel einer Gesamtbewertung entgegensteht.

Die dritte Frage erfordert eine ungefähre Kenntnis der statistischen Verteilung der Daten. Abbildung 4.13 zeigt die Verteilungsfunktion

$$P(|c| \leq \zeta) \quad (4.33)$$

worin c ein zufällig gewähltes Element der Datenmatrix \mathbf{C} darstellt. Die Verteilungsfunktion ist allgemein als Wahrscheinlichkeit, dass die betrachtete Zufallsvariable, in diesem Fall $|c|$, einen Wert ζ nicht überschreitet, definiert. In vielen Fällen ist die Dichtefunktion, welche sich durch Ableitung der Verteilungsfunktion ergibt, vorzuziehen. In diesem Fall würde

deren Ermittlung es erfordern, die Daten numerisch zu differenzieren, was wiederum eine – subjektive – Glättung erfordern würde. Die Verteilungsfunktion ist hier ausreichend und erfordert keine besondere Verarbeitung der Daten über ein Sortieren hinaus. Die empirische Verteilung der Daten eines Referenz-Versuchsplans zeigt eine starke Häufung im Bereich der kleinen Beträge. Zusätzlich zur empirischen Verteilungsfunktion ist eine logarithmisch-normale Verteilungsfunktion in der Form

$$\ln |c| \sim \mathcal{N}\{\mu, \sigma^2\} \quad (4.34)$$

dargestellt. Die Parameter μ und σ^2 sind mit Hilfe der üblichen statistischen Schätzer so bestimmt, dass sich die beste Übereinstimmung ergibt. Die Verteilungsfunktion (4.34) stimmt, bis auf geringfügige Abweichungen, gut mit der empirischen Verteilung überein.

Bezüglich der dritten Frage legt die gefundene Verteilung eine weitere Transformation der Datenmatrix **C** nahe. Eine direkte Anwendung statistischer Standardmethoden, wie etwa des arithmetischen Mittels, ist nicht sinnvoll. Hierbei würden nur die wenigen Werte mit großen Beträgen signifikant in das Ergebnis eingehen und der Großteil der Daten weitgehend ignoriert. Der erste Gedanke wäre, die Elemente der Datenmatrix **C** logarithmisch zu transformieren. Dies würde jedoch die Verhältnisse der einzelnen Spalten der Datenmatrix zueinander verzerren und das Niveau eigentlich insignifikanter Ordnungen anheben. Hierdurch würde sich z. B. das numerische Verhältnis der nominellen Zahneingriffsordnung zu einer anderen Ordnung ändern, was zu einer falschen Einschätzung bezüglich der Stärke der Modulation führen könnte. Jede Transformation der Datenmatrix muss daher die Verhältnisse der Elemente der Zeilenvektoren zueinander unangetastet lassen. Es ist zudem fraglich, ob Betriebspunkte mit höheren Amplituden überhaupt stärker in das Gesamtergebnis eingehen sollten, als solche mit nur geringen Schwingungen. Dies wäre auch nach Anwendung des Logarithmus – wenn auch in abgeschwächter Form – weiterhin der Fall. Die Anwendung des Logarithmus auf die Daten würde die Dominanz großer Werte nur schwächen, nicht eliminieren. Nach den Erkenntnissen des letzten Abschnitts kommen höhere Amplituden durch Resonanzen zustande. Die Modulation kann bei den einzelnen Eigenfrequenzen verschiedene Ausprägungen annehmen. Es gibt aber keinen Hinweis darauf, dass stärker ausgeprägte Resonanzen den Charakter der Modulation besser abbilden als Bereiche mit weniger ausgeprägten Resonanzen. Somit sollte die Modulation aller Betriebspunkte mit gleicher Gewichtung in die Schwingungssignatur eingehen.

Es kommt daher eine zeilenweise Normierung der Datenmatrix zum Einsatz. Mit den so begründeten Entscheidungen lässt sich die Datenmatrix **C** in die Signaturmatrix **S** überführen. Wenn die Datenmatrix und die Signaturmatrix

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{c}'_1 \\ \vdots \\ \mathbf{c}'_{n_D} \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{s}'_1 \\ \vdots \\ \mathbf{s}'_{n_D} \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

sich aus n_D Zeilenvektoren \mathbf{c}'_l bzw. \mathbf{s}'_l zusammensetzen, dann besteht zwischen den Zeilenvektoren jeweils die Beziehung

$$\mathbf{s}'_l = \frac{|\mathbf{c}'_l|}{\|\mathbf{c}'_l\|} \quad (4.37)$$

worin die einfachen Betragsstriche $|\dots|$ für den elementweisen Betrag der komplexen Einträge steht und das Symbol $\|\dots\|$ für die Euklidische Norm des Zeilenvektors.

Die Signaturmatrix \mathbf{S} lässt sich nun zur Schwingungssignatur \mathbf{s} aggregieren. Auch hier ist eine sorgfältige Wahl der mathematischen Vorschrift nötig. Die einfachste Lösung wäre es, die Signaturmatrix \mathbf{S} spaltenweise zu mitteln. Diese Entscheidung impliziert allerdings ein Modell der Daten in der Form

$$\mathbf{s}' = \mathbf{s} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad , \quad \text{worin} \quad E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0} \quad (4.38)$$

da nur hierfür das arithmetische Mittel der einzelnen Spalten sinnvoll ist: Nur wenn die Zeilenvektoren \mathbf{s}' der Signaturmatrix \mathbf{S} auf eine modellhaft als exakt angenommene Signatur \mathbf{s} und ein additives, mittelwertfreies Rauschen $\boldsymbol{\varepsilon}$ zurückgeführt werden können, rekonstruiert das arithmetische Mittel die unterstellte exakte Schwingungssignatur \mathbf{s} . Der Rauschanteil ist dabei nicht zwingend als Sensorrauschen zu verstehen. Er umfasst auch alle Schwingungen, die nicht aus dem Zahneingriff stammen. Unter dieser Annahme lässt sich die Signatur

$$\mathbf{s} = \frac{\sum_{l=1}^{n_D} \mathbf{s}'_l}{\left\| \sum_{l=1}^{n_D} \mathbf{s}'_l \right\|} \quad (4.39)$$

als spaltenweise Mittelung definieren. Die Normierung ist dabei so gewählt, dass die Euklidische Norm der Signatur

$$\|\mathbf{s}\| = 1 \quad (4.40)$$

stets einheitlich ist.

Um zu überprüfen, ob die Annahmen (4.38) ausreichend mit den Eigenschaften der Signaturmatrix in Einklang stehen, kann diese einer Singulärwertzerlegung¹⁵

$$\mathbf{S} = \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{V}_s^T \quad (4.41)$$

¹⁵Die Singulärwertzerlegung wurde besonders durch die Arbeiten von Golub nutzbar gemacht. Für eine detaillierte Beschreibung empfiehlt sich das Standardwerk von Golub et al. [27], dort Abschnitt 2.4 auf Seiten 76–79.

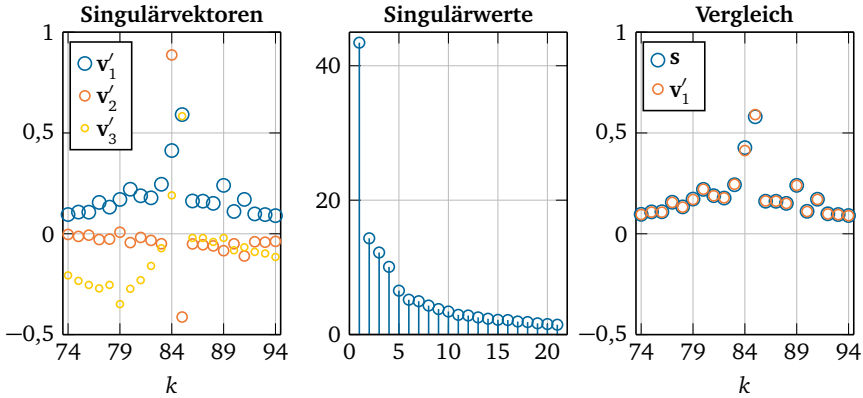


Abbildung 4.14: Singulärvektoren im Vergleich mit der Schwingungssignatur.

unterzogen werden. Dabei stellen \mathbf{U}_s und \mathbf{V}_s orthogonale Matrizen dar und enthalten die Links- bzw. Rechtssingulärvektoren.

$$\mathbf{V} = (\mathbf{v}'_1, \mathbf{v}'_2, \dots) \quad (4.42)$$

Die Matrix Σ_s hat Diagonalgestalt und enthält die Singulärwerte auf ihrer Diagonale, absteigend nach ihrer Größe geordnet. Die Singulärwertzerlegung ist auch für komplexe Matrizen definiert: Dann kommt anstatt der Transponierten die Adjungierte zum Einsatz und die Matrizen \mathbf{U}_s und \mathbf{V}_s sind unitär. In diesem Fall ist die reelle Formulierung ausreichend.

Abbildung 4.14 zeigt die ersten drei Rechtssingulärvektoren und die Singulärwerte der Signaturmatrix \mathbf{S} . Die Rechtssingulärvektoren sind gut zu interpretieren: Der erste Rechtssingulärvektor \mathbf{v}'_1 beschreibt die dominante Modulation. Die Ordnung 85 ist am stärksten ausgeprägt; an zweiter Stelle steht die nominelle Zahneingriffsordnung 84. Der zugehörige erste Singulärwert ist deutlich größer als die nachfolgenden Singulärwerte. Das deutet darauf hin, dass der Großteil der Betriebspunkte diese Art der Modulation zeigt. Der zweite Rechtssingulärvektor \mathbf{v}'_2 zeigt an, dass in den Daten auch eine abweichende Modulation zu finden ist. Hier ist die Ordnung 85 geringer ausgeprägt, während die nominelle Zahneingriffsordnung 84 eine stärkere Rolle spielt. Allerdings ist der zugehörige Singulärwert deutlich kleiner als der erste, weshalb dieses Verhalten nur in einer Minderzahl der Fälle relevant ist. Dies deckt sich gut mit den Ergebnissen des dynamischen Modells.¹⁶ Der dritte Rechtssingulärvektor \mathbf{v}'_3 ist bereits nicht klar interpretierbar.

¹⁶Vergleiche hierzu auch Abbildung 4.9 auf Seite 71. Der Bereich um 889 Hz kann dabei dem zweiten Rechtssingu-

Letztlich zeigt Abbildung 4.14, dass zwischen dem ersten Rechtssingulärvektor \mathbf{v}'_1 und der Schwingungssignatur \mathbf{s} kaum Unterschiede bestehen.

Es fällt allerdings auf, dass ein hohes Grundniveau der Komponenten der Signatur existiert. Selbst für insignifikante Ordnungen ergibt sich ein von Null verschiedener, wenn auch geringer, Wert. Dies ist als Nebenwirkung der Normierung nach Gleichung (4.37) zu sehen, da diese bei kleinen Gesamtamplituden das Rauschen stark vergrößert. Dieser Effekt ist grundsätzlich unerwünscht, muss aber nachfolgende Analysen nicht zwingend negativ beeinflussen. Eine Korrelationsanalyse ist z. B. gegenüber eine Verschiebung der Werte um einen konstanten Betrag invariant. Es sind auch Gegenmaßnahmen denkbar, mit denen das Rauschen aus der Datenmatrix \mathbf{C} teilweise entfernt werden kann. So könnte anstatt der Datenmatrix \mathbf{C} eine rangreduzierte Approximation zum Einsatz kommen, in der Singulärwerte unterhalb einer zu definierenden Schwelle vernachlässigt werden. Guo et al. [29] zeigen einen derartigen Ansatz für Bildsignale. Problematisch ist hierbei, dass der optimale reduzierte Rang nur schwierig und subjektiv festzulegen ist. Ansätze zum Entrauschen basieren grundsätzlich darauf, die zugrunde liegenden Daten in die gewünschte Information und das Rauschen zu trennen. Dies widerspricht allerdings dem Grundgedanken des vorgestellten Verfahren welches alle Daten gleichberechtigt aggregiert. Zudem führt ein Entrauschen zu einer höheren Komplexität, einem größeren Spielraum für subjektive Interpretationen der Daten und einer höheren Wahrscheinlichkeit für Artefakte im Ergebnis. Letztlich ausschlaggebend für die Entscheidung gegen ein Entrauschen der Daten ist, dass die in den nachfolgenden Kapiteln verwendete Korrelationsanalyse nicht durch ein gleichverteiltes, additives Rauschen gestört wird.

lärvektor \mathbf{v}'_2 der Abbildung 4.14 zugeordnet werden.

5 Experimentelle Ergebnisse

Mit den in Kapitel 4 entwickelten Methoden ist es nun möglich, die Modulation der Prüfgetriebe im Detail auszuwerten. Ausgehend von der Beschreibung der Modulation der einzelnen Getriebe anhand der Schwingungssignatur können dann weitergehende Fragestellungen untersucht werden. Hier ist vor allem von Interesse, ob sich die gefundenen Modulationen mit den Eigenschaften der Getriebe in Verbindung bringen lassen. Für die Prüfgetriebe A1 bis A6 stehen, im Gegensatz zu den restlichen Getrieben, Messergebnisse bezüglich der Fertigungsabweichungen der Zahnräder zur Verfügung.

5.1 Ergebnisse der Signaturanalyse

Die Signaturanalyse des vorherigen Kapitels ermöglicht es, die Schwingungssignaturen aller Prüfgetriebe anhand objektiver Kriterien zu vergleichen. Bevor jedoch eine sinnvolle Diskussion dieser Ergebnisse möglich ist, muss sichergestellt sein, dass die Untersuchungsmethode verlässlich ist. Die erhaltene Signatur muss das untersuchte Prüfgetriebe charakterisieren – nicht etwa die Umgebungsbedingungen oder die gewählten Betriebspunkte. Im ersten Schritt stellt sich die Frage nach dem Einfluss des umgebenden Prüfstands. Abbildung 5.1 kann hierauf eine Antwort geben. Die Abbildung zeigt die Signaturen der Prüfgetriebe A1 bis A6, sowohl bei der Verwendung von Metallbalgkupplungen als auch bei der Verwendung von Bogenzahnkupplungen. Der Austausch der Kupplungen stellt einen erheblichen Eingriff in das Gesamtsystem dar. Dies betrifft nicht nur die in die An- bzw. Abtriebswellen eingeleiteten Kräfte infolge der verbleibenden Fehlausrichtung, sondern auch die dynamischen Eigenschaften des Gesamtsystems, da die Kupplungstypen unterschiedliche Torsionssteifigkeiten aufweisen. Zudem ist es beim Wechsel der Kupplungen nötig, alle Wellen neu auszurichten, wodurch es auch hier zu nicht vollständig erfassbaren Änderungen der Betriebsbedingungen kommen könnte. Weiterhin sind die beiden jeweils dargestellten Versuche nicht unmittelbar nacheinander ausgeführt. Zwischen den beiden Datensätzen wurden die Getriebe einige Betriebsstunden für andere Untersuchungen verwendet, wodurch auch Einlauf- oder Verschleißeffekte denkbar sind. Das gewählte Szenario übertrifft somit die größtmöglichen experimentellen Unsicherheiten der vorgestellten Methode.

Die Ergebnisse der beiden Versuchsanordnungen stimmen – trotz dieser Eingriffe in den Versuchsaufbau – gut überein. In manchen Fällen, wie etwa bei A3, ergibt sich eine nahezu unveränderte Signatur, während in anderen Fällen, z.B. bei A5 sich sichtbare, aber vertretbare Unterschiede ergeben. In jedem Fall bleibt der Charakter der Modulation

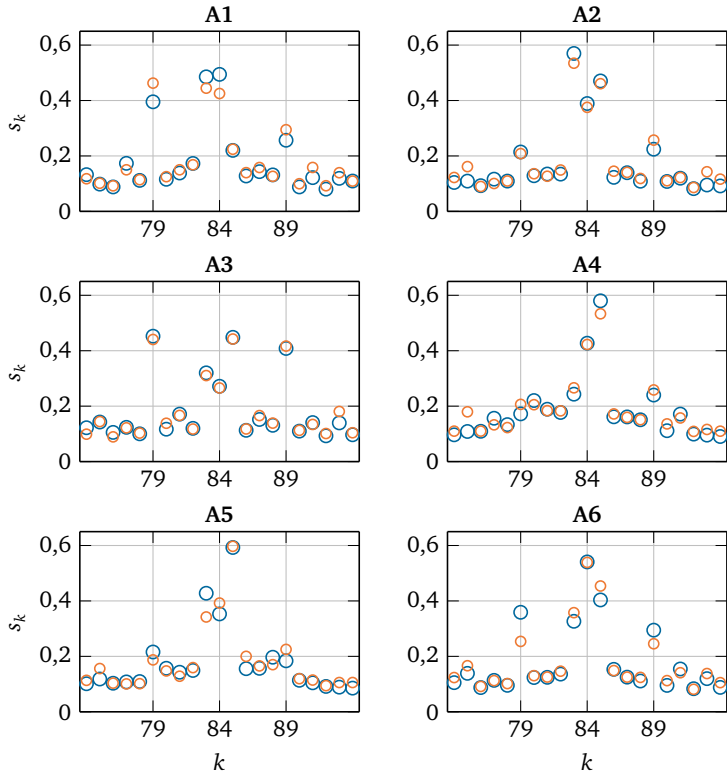


Abbildung 5.1: Signaturen der Getriebe A1 bis A6 bei Verwendung von Metallbalgkuppungen (\circ) und Bogenzahnkuppungen (\circ).

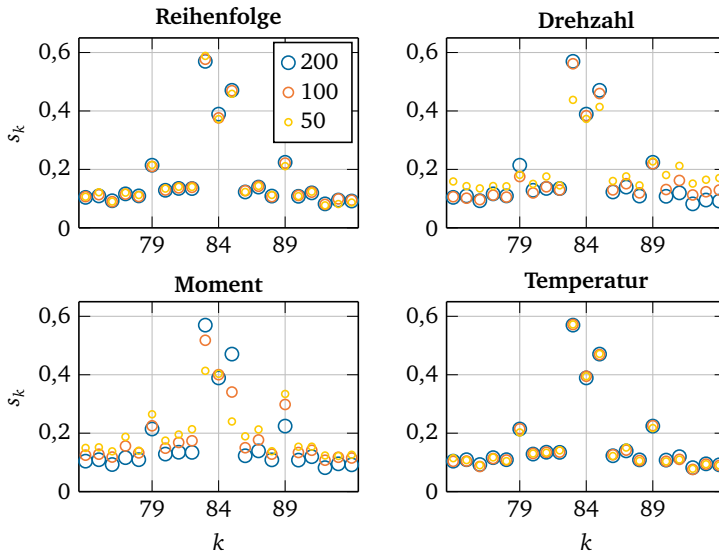


Abbildung 5.2: Partitionierungen des Versuchsplans anhand unterschiedlicher Kriterien für das Getriebe A2. Die Schwingungssignatur ist jeweils auf Basis von 200, 100 und 50 Betriebspunkten errechnet. Dabei sind die geringsten 100 oder 50 Werte des jeweiligen Kriteriums aus den vorliegenden 200 Punkten des Versuchsplans ausgewählt.

erhalten. Das im vorherigen Kapitel angesprochene Rauschniveau der insignifikanten Ordnungen liegt bei etwa 0,1. Da es für alle Getriebe eine sehr ähnliche Ausprägung aufweist, stellt sein Betrag bzw. seine Anwesenheit für nachfolgende Korrelationsanalysen und Interpretationen keine Schwierigkeit dar. Somit ist nachgewiesen, dass die experimentelle Ausführung der Versuchspläne gut reproduzierbar ist.

Weiterhin stellt sich die Frage, ob der gewählte Versuchsplan die Eigenschaften der Getriebe in ausreichender Weise verallgemeinert. Dies lässt sich gut anhand einer Partitionierung eines Datensatzes untersuchen. Hierbei werden alle Betriebspunkte zunächst nach einem Kriterium, wie z. B. der Solldrehzahl oder der Reihenfolge der experimentellen Ausführung geordnet. Anschließend können Untermengen der Daten gebildet werden: In diesem Fall wird erstens die Gesamtheit der Daten, zweitens die Hälfte und drittens ein Viertel der Daten betrachtet. Dabei werden die Untermengen ausgehend von den geringsten Werten des jeweiligen Kriteriums gebildet. Abbildung 5.2 zeigt in jedem Diagramm die Signatur für drei unterschiedlich mächtige Untermengen eines Versuchsplans

mit jeweils 200, 100 und 50 Betriebspunkten. Es sind vier verschiedene Kriterien der Partitionierung dargestellt. Im ersten Diagramm ist der Versuchsplan nach der Reihenfolge der angesteuerten Betriebspunkte geteilt. Es zeigen sich keine signifikanten Unterschiede zwischen einem Versuchsplan mit 200, 100 oder 50 verschiedenen Betriebspunkten. Bei einer Variation der Drehzahl entstehen größere Unterschiede. Werden alle Drehzahlen bis zur Hälfte der maximalen Antriebsdrehzahl von 6000/min ausgewertet, so kommt es zu einer geringen Abweichung im Vergleich zum gesamten Versuchsplan. Die Abweichung erhöht sich, sobald nur noch das unterste Quartil der Drehzahlen Verwendung findet. Es ist eine Verlagerung der Modulation von den am ausgeprägtesten Ordnung zu den am wenigsten präsenten Ordnungen zu beobachten. Das hängt mit einer insgesamt geringeren Schwingungsanregung bei geringeren Drehzahlen zusammen, wodurch der Rauschabstand sinkt. Die charakteristische Gestalt der Signatur bleibt jedoch erhalten.

Ein noch stärkerer Einfluss ergibt sich für das Lastmoment. Auch hier führt eine Absenkung der ausgewerteten Lastmomente zu einer breitbandigeren Verteilung der Ordnungen, was mit einer geringeren Anregung bei geringerer Last in Einklang steht. Gerade bei sehr geringen Lastmomenten ändert sich der charakteristische Verlauf der Signatur jedoch deutlich. Dies ist auf die elastische Verformung der Lager und der Zähne zurückzuführen, was den grundlegenden Anregungsmechanismus stark beeinflusst. Interessanterweise ergeben sich für die nominelle Zahneingriffsordnung $k_{\text{nom}} = 84$ nur unwesentliche Änderungen. Die Temperatur besitzt, zumindest im untersuchten Bereich von 47 °C bis 53 °C, keinen erkennbaren Einfluss. Das vorgestellte Verfahren ist somit vollständig zur Analyse der Getriebe geeignet. Die so erhaltenen Signaturen sind spezifisch für die einzelnen Getriebe und ausreichend robust gegenüber Änderungen der Versuchsbedingungen. Die deutliche Abhängigkeit der Schwingungssignatur vom anliegenden Lastmoment muss dabei als Eigenschaft der Getriebe angesehen werden. Sie ist nicht durch eine Verbesserung des Versuchsablaufs oder der Auswertung zu eliminieren.

Abbildung 5.3 zeigt die Signaturen aller untersuchten Getriebe. Die jeweilige Ordnungsumgebung ist dabei an die nominelle Zahneingriffsordnung angepasst: Für Getriebetypen A bis C ist $k_{\text{nom}} = 84$, für D und F stattdessen 108 und für E 96. Die Übersetzung des Typs A ist $i = 5$; für alle anderen liegt eine Übersetzung von 3 vor. Die Ordnungen $k_{Z_2 \pm i}$ sind neben der nominellen Zahneingriffsordnung $k_{\text{nom}} = Z_2$ daher in den einzelnen Diagrammen markiert. Alle Signaturen der Getriebe weisen deutliche Gemeinsamkeiten auf. Signifikant ausgeprägte Ordnungen, d. h. solche die mehr als das doppelte des Rauschniveaus von etwa 0,1 aufweisen, finden sich bei den folgenden Ordnungszahlen:

- (a) Die nominelle Zahneingriffsordnung ist in den meisten Fällen deutlich ausgeprägt. Nur Getriebetyp B zeigt ein abweichendes Verhalten, bei dem diese weitgehend unterdrückt ist.
- (b) In allen Fällen sind die direkt zur nominellen Zahneingriffsordnung benachbarten Ordnungen signifikant; in vielen Fällen sogar dominant. Besonders Getriebe B1 und

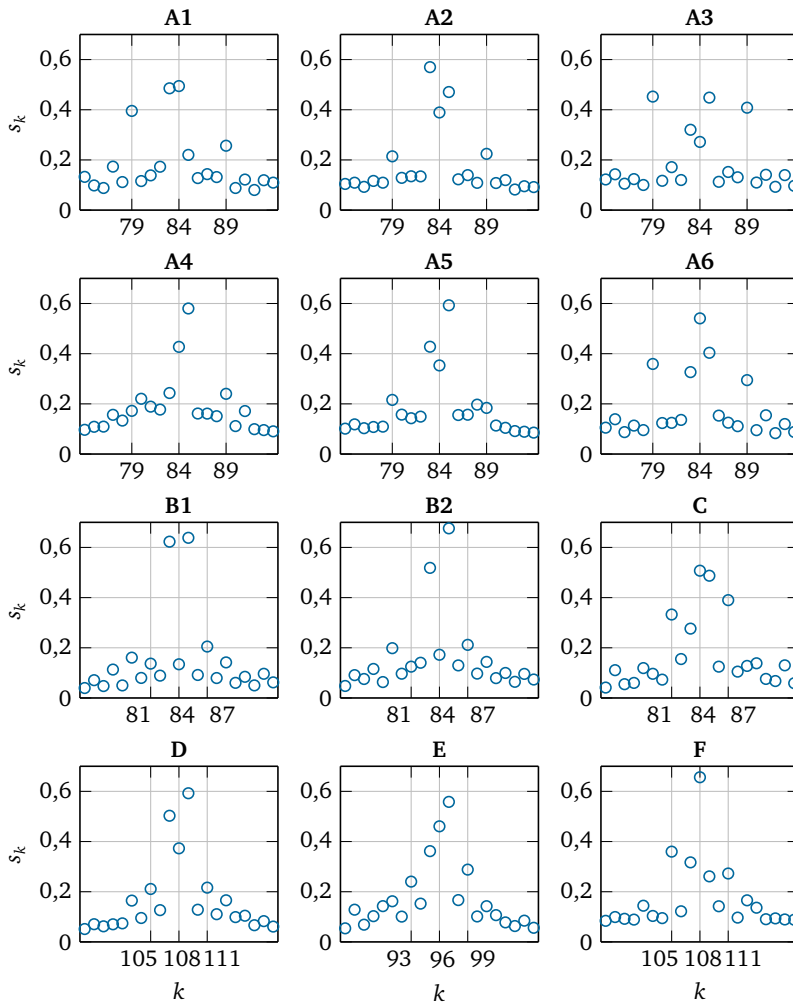


Abbildung 5.3: Schwingungssignaturen aller untersuchten Getriebetypen. Vergleiche auch Tabelle 3.1 auf Seite 31.

B2 stechen hier hervor: Ihre Schwingungssignatur enthält, neben dem Rauschanteil, fast ausschließlich die Ordnungen $k_{Z_2-1} = 83$ und $k_{Z_2+1} = 85$.

- (c) Auch die beiden Ordnungen $k_{Z_2 \pm i}$, deren Ordnungszahlen einen Abstand von der nominellen Zahneingriffsordnung genau in Höhe der Übersetzung aufweisen, sind häufig anzutreffen. Bei den Prüfgetrieben A1 und A3 dominieren sie sogar die Signaturen.

Die genauen Werte der zugehörigen Ordnungszahlen hängen dabei von den Eigenschaften des jeweiligen Prüfgetriebes ab. Die einzelnen Arten der Modulation sollen, im Vorgriff auf eine ausführliche Diskussion, mit eindeutigen Begriffen versehen werden: Die nominelle Zahneingriffsordnung wird als **unmodulierter Anteil** (a) bezeichnet, was keiner tieferen Erklärung bedarf. Die Ordnungen der Ordnungszahlen k_{Z_2-1} und k_{Z_2+1} werden als **abtriebssynchron moduliert** (b) und die Ordnungen bei $k_{Z_2 \pm i}$ als **antriebssynchron moduliert** (c) bezeichnet.

Die Benennung der drei Modulationsarten entspringt dabei einer einfachen mathematischen Überlegung, welche im Folgenden am Beispiel der abtriebssynchronen Modulation erklärt werden soll. Wie bereits in Kapiteln 1 und 2 angerissen, ist die Richtung jeder Zahnkraft

$$\{\mathbf{f}_Z\}^{(S)} = \begin{Bmatrix} \hat{f}_Z \cos Z_2 \varphi \\ 0 \end{Bmatrix}^{(S)} \quad (5.1)$$

im Bezugssystem des Planetenträgers (S) konstant¹. Die Notation $\{\dots\}^{(S)}$ zeigt an, dass der Vektor der Zahnkraft \mathbf{f}_Z hier im Bezugssystem S des Planetenträgers ausgedrückt ist. Die beispielhaft gewählte Zahnkraft weist dabei eine für die Herleitung unerhebliche und konstante Amplitude \hat{f}_Z auf. Sie oszilliert zudem mit der nominellen Zahneingriffsfrequenz, welche sich aus der Zähnezahl des Hohlrads Z_2 und der Winkelgeschwindigkeit des Planetenträgers $\dot{\varphi}$ ergibt. Ihre Richtung kann im Bezugssystem S ohne Beschränkung der Allgemeinheit frei gewählt werden.

Im vorliegenden Betriebsmodus eines feststehenden Hohlrads (2) wird die Wirkung der Zahnkraft jedoch nicht im rotierenden Bezugssystem S des Planetenträgers, sondern im feststehenden Bezugssystem 2 des Hohlrads beobachtet. Somit muss die Zahnkraft im Bezugssystem 2

$$\{\mathbf{f}_Z\}^{(2)} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \{\mathbf{f}_Z\}^{(S)} \quad (5.2)$$

betrachtet werden. Mathematisch lässt sich das mit Hilfe einer Rotationsmatrix ausdrücken. Dies lässt sich weiter ausmultiplizieren

$$\{\mathbf{f}_Z\}^{(2)} = \hat{f}_Z \begin{Bmatrix} \cos \varphi \cos Z_2 \varphi \\ \sin \varphi \cos Z_2 \varphi \end{Bmatrix}^{(2)} \quad (5.3)$$

¹ Siehe hierzu auch Abbildung 1.1 auf Seite 4.

und durch Anwendung der Additionstheoreme

$$\{\mathbf{f}_Z\}^{(2)} = \frac{1}{2} \hat{f}_Z \begin{Bmatrix} \cos(Z_2 - 1)\varphi + \cos(Z_2 + 1)\varphi \\ -\sin(Z_2 - 1)\varphi + \sin(Z_2 + 1)\varphi \end{Bmatrix}^{(2)} \quad (5.4)$$

weiter umformen.

Anhand der Werte $Z_2 - 1$ und $Z_2 + 1$ in den Klammern wird deutlich, dass die Zahnkraft im feststehenden Bezugssystem 2 des Hohlrads moduliert ist und nicht der nominellen Zahneingriffsordnung $k_{\text{nom}} = Z_2$, sondern den unmittelbar benachbarten Ordnungen zuzuordnen ist. Dies entspricht einer abtriebssynchronen Modulation, weil die Richtung der zugrundeliegenden Kraft synchron mit dem Planetenträger, d. h. dem Abtrieb umläuft. Die beobachteten Schwingungen resultieren allerdings nicht aus einer einzigen Zahneingriffskraft \mathbf{f}_Z , sondern aus einer komplexeren Dynamik, bei der zusätzlich zu den einzelnen Zahneingriffskräften weitere Effekte hinzukommen.

Keht man diese Erklärung um, so lässt sich schließen, dass bei einer beobachteten abtriebssynchronen Modulation wahrscheinlich eine abtriebssynchron umlaufende Kraft vorliegt. Die gleiche Herleitung ließe sich auch mit einer antriebssynchronen Modulation führen – wobei aber nicht unmittelbar ersichtlich ist, warum ein Anteil der resultierenden Kraft mit dem Sonnenrad umläuft. Läuft die Richtung einer gedachten Kraft hingegen gar nicht um, kommt es zum unmodulierten Anteil. Die Frage, aus welchen Mechanismen die für die beobachtete Modulation nötigen Kräfte entstehen, kann anhand der gezeigten Herleitung nicht beantwortet werden und wird ein zentrales Thema des nächsten Kapitels darstellen. Zudem ist anzumerken, dass die präsentierte Erklärung der einzelnen Modulationsarten eine symmetrische Schwingungssignatur bedingt. Auch deshalb ist ein komplexeres Modell der Planetengetriebe nötig. Die Begriffe der antriebs- und abtriebssynchronen Modulation erklären demnach die Dynamik der Planetengetriebe nicht, stellen allerdings eine anschauliche und – zu einem gewissen Grad – auch zutreffende Beschreibung der Beobachtungen dar.

5.2 Vergleich mit der Literatur

Mit dem Vorliegen der experimentellen Ergebnisse lassen sich die Vorhersagen der Literatur überprüfen. Zunächst soll die am häufigsten vertretene Theorie zur Entstehung der Modulation überprüft werden. Dazu wird der Beitrag von Inalpolat und Kahraman [35] herangezogen, der gemeinsam mit den Beiträgen [7, 44, 57, 58] die gängige Theorie darstellt. Nach der von den Autoren vorgenommenen Definition der verschiedenen Klassen müssen alle Prüfgetriebe in die Klasse (i) eingeteilt werden, weil sie gleichmäßig verteilte Planeten und eine symmetrische Eingriffsfolge aufweisen. Für Klasse (i) sind signifikante Ordnungen ausschließlich bei ganzzahligen Vielfachen der Planetenanzahl in der unmittelbaren Umgebung der nominellen Zahneingriffsordnung zu erwarten. Für Getriebetyp A liegen drei Planetenräder vor und die nominelle Zahneingriffsordnung beträgt 84. Somit

Tabelle 5.1: Vergleich der beobachteten Ordnungen mit den nach Inalpolat und Kahraman erwarteten. Übereinstimmungen sind **fett** gekennzeichnet.

Getriebetyp	beobachtet	erwartet
A	79, 83, 84 , 85, 89	81, 84 , 87
B	83, 84 , 85, 87	81, 84 , 87
C	81 , 83, 84 , 85, 87	81 , 84 , 87
D	105 , 107, 108 , 109, 111	105 , 108 , 111
E	93 , 95, 96 , 97, 99	93 , 96 , 99
F	105 , 107, 108 , 109, 111	105 , 108 , 111

ergeben sich für den Getriebetyp A die erwarteten signifikanten Ordnungen 81, 84 und 87, wobei auch Ordnungen 78 und 90 präsent sein können. Für die Getriebetypen B und C werden die selben signifikanten Ordnungen erwartet, für die Typen D und F die Ordnungen 105, 108 und 111 und für Typ E dann 93, 96 und 99. Tabelle 5.1 fasst die Ergebnisse der Abbildung 5.3 und die Erwartungen nach Inalpolat und Kahraman zusammen. Übereinstimmungen sind darin fett hervorgehoben. Betrachtet man diese Ergebnisse, so ergeben sich eine Reihe von unmittelbaren Übereinstimmungen. Für die Getriebetypen C, D, E und F sind alle vorhergesagten Ordnungen in den Signaturen anzutreffen. Eine eingehendere Analyse zeigt jedoch, dass diese Übereinstimmungen zufälliger Natur sind und das Erklärungsmodell nach Inalpolat und Kahraman auf die untersuchten Getriebe nicht zutrifft:

Die abtriebsseitige Modulation bei den Ordnungen $k_{nom} - 1$ und $k_{nom} + 1$ ist in der Modulation eines jeden Getriebes zu beobachten – was der Vorhersage der etablierten Theorie eindeutig widerspricht, da nach der zugrundeliegende Erklärung der sich überlagernden Einzelsignale diese Ordnungen zwingend unterdrückt sein müssten. Weiterhin sind die erwarteten Ordnungen 81 und 87 an Getrieben A1 bis A6 nicht in signifikanter Ausprägung zu beobachten. An deren Stelle sind die Ordnungen $k_{nom} - i$ und $k_{nom} + i$ deutlich sichtbar. Für die Getriebetypen B bis F stimmt die Getriebeübersetzung i mit der Anzahl der Planetenräder überein. Es kann hier nicht eindeutig entschieden werden, ob die beobachteten Ordnungszahlen mit der Übersetzung oder mit der Anzahl der Planetenräder in Verbindung gebracht werden sollte. Nachdem an Getriebetyp A nur ein Zusammenhang mit der Übersetzung hergestellt werden kann, scheint auch in den uneindeutigen Fällen ein Zusammenhang mit der Übersetzung wahrscheinlicher. Somit scheint die Anzahl der Planetenräder hier keine Rolle zu spielen. Abschließend ist zu bemerken, dass die nominelle Zahneingriffsordnung jedes der Getriebe durch die Anzahl der Planetenräder teilbar ist. Dies lässt eine Reihe von numerischen Übereinstimmungen zu, von denen ein Zusammenhang mit der Anzahl der Planetenräder nur eine Variante darstellt. Da die Vorhersagekraft der Theorie nach Inalpolat und Kahraman bereits stark

in Frage gestellt ist, muss auch hier von einer zufälligen Übereinstimmung der Zahlen ausgegangen werden.

Die Übereinstimmung der beobachteten Modulation mit der zweiten identifizierten Theorie fällt noch geringer aus. Nach Morikawa et al. [59, 60] ist für Planetengetriebe mit sequentieller Zahneingriffsfolge eine ausgeprägte Modulation zu erwarten, bei der die Schwingungssignale vor allem die Ordnungen $k_{nom} - 1$ und $k_{nom} + 1$ enthalten. Nach der Definition des letzten Abschnitts handelt es sich um eine abtriebssynchrone Modulation. Für Getriebe mit gleichzeitigem Zahneingriff, d. h. alle im Rahmen dieser Dissertation untersuchten Getriebe, sagen Morikawa et al. hingegen eine regellose Modulation voraus. Diese Vorhersage trifft auf die untersuchten Getriebe nicht zu, da alle Prüfgetriebe eine sehr strukturierte Modulation aufweisen, welche sich aus antriebssynchron modulierten, abtriebssynchron modulierten und unmodulierten Anteilen zusammensetzt. Die Vorhersagekraft dieser Theorie ist somit für die untersuchten Prüfgetriebe minimal. Vergleicht man die Erklärungsansätze von Inalpolat und Kahraman mit denen von Morikawa et al., wird schnell klar, dass die beiden Theorien zwei vollkommen verschiedene Mechanismen als Ursache der Modulation ansehen: Inalpolat und Kahraman führen die Modulation auf eine Überlagerung der Anregungen aus den Zahneingriffen der einzelnen Planetenräder zurück, wobei jeweils ein unterschiedlicher Übertragungsweg zum Beobachter zurückgelegt werden muss. Dazu ist vor allem das Hohlrad als flexibel anzusehen. Morikawa et al. zielen stattdessen auf die resultierende Kraft aller Zahneingriffe ab, die dadurch entsteht, dass die einzelnen Zahneingriffskräfte nicht identisch sind und sich somit nicht vollständig gegenseitig aufheben können. Dieser Erklärungsansatz versteht die beteiligten Körper als starr.

Welcher der beiden Erklärungsansätze lässt sich mit den Eigenschaften der untersuchten Planetengetriebe – unabhängig von dessen konkreter Vorhersage – besser vereinbaren? Wie in Abschnitt 4.2 und in Abbildung 4.9 gezeigt, kann bereits bei 480 Hz eine ausgeprägte Modulation am Getriebetyp A beobachtet werden. Für das Erklärungsmodell von Inalpolat und Kahraman müsste demnach bereits bei dieser Frequenz eine ausreichende Flexibilität an zumindest einem der beteiligten Körper vorliegen. Weil das Hohlrad durch seine ringförmige Gestalt die größte Flexibilität zeigt, ist dessen erste Eigenfrequenz zur Klärung dieser Frage heranzuziehen. Aus einer Finite-Elemente-Rechnung lässt sich die erste Eigenfrequenz des Hohlrads des untersuchten Getriebetyps A zu mindestens 3,9 kHz abschätzen. Diese liegt bereits so weit über der Anregungsfrequenz, dass für einen großen Teil der untersuchten Betriebspunkte von einem Starrkörperverhalten ausgegangen werden muss. Hierbei ist auch zu beachten, dass für kleinere Getriebe, wie etwa Typ C noch kleinere Bauteile mit entsprechend höheren Eigenfrequenzen vorliegen und auch hier bereits bei vergleichsweise geringen Anregungsfrequenzen eine ausgeprägte Modulation anzutreffen ist. Der grundsätzliche Erklärungsansatz durch Morikawa et al. ist für die untersuchten Getriebe eindeutig vorzuziehen, auch wenn die daraus gewonnenen Aussagen nicht mit den vorliegenden Beobachtungen vereinbar sind. Es ist die Aufgabe des Kapitels 6, diesem Gedanken weiter nachzugehen. Dort wird ein dynamisches Mo-

dell auf Basis von starren Körpern entwickelt, welches die experimentell beobachteten Modulationen anhand simulierter Zahnkräfte erklärt.

Neben den beiden in der Literatur geschlossen erkennbaren Theorien – einerseits um Inalpolat und Kahraman und andererseits um Morikawa et al. – liegen weitere Ergebnisse vor, die sich bereits bei der Analyse der Literatur nicht einer dieser beiden Gruppen klar zuordnen lassen. Die von Parra und Vicuña [67] präsentierten experimentellen Ergebnisse weisen eine abtriebsseitige Modulation auf, welche bereits im unbeschädigten Zustand vorliegt und im beschädigten Getriebe an Ausprägung gewinnt. Eine antriebsseitige Modulation kann anhand der dort gezeigten Ordnungszzerlegung nicht als sicher belegt, aber auch nicht als ausgeschlossen gelten. Die Ähnlichkeit zwischen der dort dargestellten und der im Rahmen dieser Arbeit beobachteten Modulation ist nicht klar zu beurteilen, weil Parra und Vicuña nur einzelne Betriebspunkte präsentieren. Wie in dieser Arbeit gezeigt, kann sich die Modulation eines Getriebes in Abhängigkeit der Betriebsbedingungen stark ändern. Zukünftige Beiträge sollten daher stets eine mit der entwickelten Methode vergleichbare Aggregation der einzelnen Modulationen verwenden, da nur so eine Vergleichbarkeit zwischen den einzelnen Veröffentlichungen sichergestellt werden kann. Die von Feng und Zuo [24] präsentierte Modulation kann ebenfalls als abtriebsseitige Modulation interpretiert werden. Da dort nur eine einzelne ausgeprägte Ordnung vorliegt, bleibt eine abschließende Einordnung in das Gesamtbild schwierig.

Letztlich können die Widersprüche der bisher vorliegenden Literatur als Größeneffekt gedeutet werden. Im Fall von Helikopter- oder Turbogetrieben sind die Hohlräder bereits so groß, dass die als flexible Wellenleiter wirken. Somit kommt es zu ausgeprägten Interferenzen zwischen den Zahneingriffsschwingungen der einzelnen Planeten. Gleichzeitig weisen diese Getriebe typischerweise eine sehr hohe Fertigungsqualität auf und stellen eine ausgeglichene Lastverteilung zwischen den Planetenträgern sorgfältig sicher, indem sie gezielt eingebrachte flexible Bauteile aufweisen. Die Zahnräder der kleineren Prüfgetriebe dieser Dissertation und die der von Morikawa et al. untersuchten Getriebe verhalten sich eher wie Starrkörper. Zudem sind die relativen Unterschiede zwischen den einzelnen Zahnkräften größer, sodass keine ideale Symmetrie gegeben ist. Das hat zwei Ursachen: Erstens ist die Fertigungsqualität zwar auf einem hohem Stand, aber geringer als die von z. B. Luftfahrtantrieben. Weit wichtiger sind allerdings die deutlich verschiedenen Anforderungen und daraus folgenden Gestaltungsgrundsätze. Gerade bei Servogetrieben ist eine hohe Torsionssteifigkeit und ein geringes Verdrehspiel essentiell. Eine absichtlich flexible Auslegung, wie sie bei Luftfahrtgetrieben üblich ist, kann daher bei Servogetrieben nicht zum Einsatz kommen.

Im Gegensatz zur Modulation stimmen die Aussagen der Literatur bezüglich der Resonanzen in Planetengetrieben gut mit den experimentellen Beobachtungen überein. Die etwa durch Ericson et al. [21] gezeigten Häufungen von Eigenfrequenzen in begrenzten Frequenzbereichen ist auch in den Experimenten dieser Dissertation sichtbar. Die untersuchten Getriebe zeigen ein weitgehend lineares Verhalten, wobei die bereichsweise erhöhte Streuung auch nichtlineare Anteile in der Dynamik nahelegt. Ausgeprägte Bifur-

kationen, wie von Al-Shyyab und Kahraman [75] demonstriert, treten allerdings nicht auf.

5.3 Mögliche Einflussfaktoren

Nachdem eine Untersuchung der einschlägigen Literatur keine belastbaren Hinweise bietet, warum die beobachteten Modulationen vorliegen, ist eine grundsätzliche Diskussion der möglichen Ursachen nötig. Ziel ist es zunächst, die verschiedenen hypothetischen Zusammenhänge aufzudecken und deren Relevanz zu bewerten. Grundsätzlich lassen sich die möglichen Ursachen der Modulation den folgenden Kategorien zuordnen:

1. Äußere Einflüsse
 - a) Betriebsparameter
 - b) Eingeleitete Kräfte oder Momente²
 - c) Anregungen aus den Lagern
2. Sollgeometrie
 - a) Makroskopische Größen
 - b) Mikrogeometrie, mit oder ohne Korrekturen
3. Abweichungen von der Sollgeometrie³
 - a) Abweichungen infolge von Fügeverfahren
 - b) Fertigungsabweichungen der Zahnräder
 - c) Fertigungsabweichungen an Gehäuse, Wellen, Planetenträger oder den Lagern
 - d) Verschleiß oder Beschädigung

Im Folgenden sollen alle aufgezählten Kategorien näher beleuchtet werden.

Die Kategorie 1 mitsamt der drei Unterkategorien kann als Ursache der beobachteten Modulationen mit Sicherheit ausgeschlossen werden. Die Diskussion des letzten Abschnitts zeigt deutlich, dass der entwickelte Versuchsaufbau bei Verwendung des vorgestellten Versuchsplans eine objektive und für das Prüfgetriebe spezifische Schwingungssignatur ergibt. Lediglich die Wahl des maximalen Lastmoments besitzt einen signifikanten Einfluss auf die Schwingungssignatur. Anregungen aufgrund der Wälzlager sind in keinem der Fälle relevant, weil nicht-ganzzahlige Ordnungen nicht zu beobachten sind. Die Umlauf- und Rotationsfrequenzen der Wälzkörper müssten genau mit den Ordnungen der modulierten Zahneingriffsschwingungen zusammenfallen, damit die Anregungen der Lager von diesen maskiert werden könnten. Es ist vollkommen unplausibel, dass alle Lager in allen Getrieben die dafür nötigen Kombinationen aus Wälzbahndurchmessern aufweisen.

²Abgesehen von An- und Abtriebsmoment, welche als Betriebsparameter aufgefasst werden.

³Mit Ausnahme elastischer Verformungen, welche den Folgen der Betriebsparameter zuzuordnen sind.

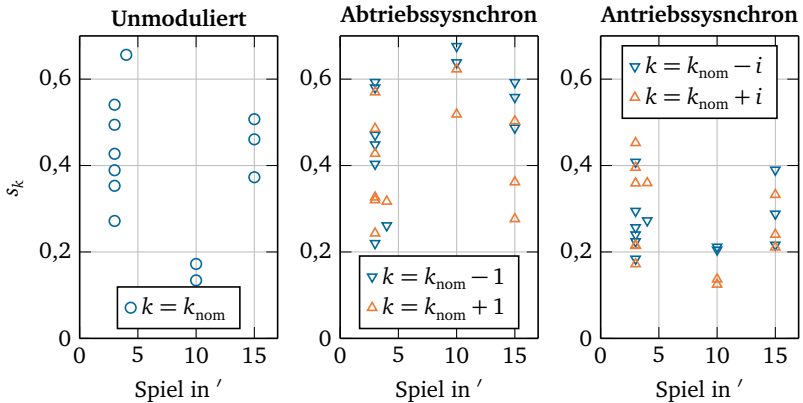


Abbildung 5.4: Modulation und Verdrehspiel – ein Zusammenhang?

Eine Analyse der Kategorie 2 fällt schwer, weil nur für Getriebetyp A die Sollgeometrie vorliegt. Neben den äußeren Abmaßen und der Gesamtmasse stehen nur wenige belastbare Daten für alle Getriebetypen bereit. Ein Wert ist allerdings vorhanden und auch von besonderem Interesse: Das Verdrehspiel. Es ist mit dem Flankenspiel, d. h. dem Zusammenwirken der Profilverschiebungen eng verbunden. Abbildung 5.4 stellt die verschiedenen Modulationen in Abhängigkeit des Verdrehspiels dar. Es kann kein zwingender Zusammenhang abgeleitet werden. Es ist allerdings auffällig, dass bereits die Streuung innerhalb des Getriebetyps A erheblich ist. Es besteht hingegen keine erkennbare Auswirkung der Schrägverzahnung des Getriebetyps F. Aus den vorliegenden Daten kann somit geschlossen werden, dass die Sollgeometrie der Getriebetypen nicht ausschlaggebend für die Modulation der beobachteten Schwingungssignale ist. Die Tatsache, dass der Getriebetyp B eine besonders ausgeprägte abtriebssynchrone Modulation aufweist zeigt, dass die Sollgeometrie zumindest eine untergeordnete Rolle spielt. Hierbei ist auch zu beachten, dass die Sollgeometrien der Getriebetypen nur eine begrenzte Auswahl aus allen möglichen Getriebeentwürfen darstellt. Andere Getriebeauslegungen, etwa mit sequentielltem Zahneingriff oder flexibleren Hohlrad können stärkere Änderungen der Modulation bewirken. Die starken Abweichungen zwischen den beobachteten Schwingungssignaturen und denen der Literatur zeigen den Effekt makrogeometrischer Unterschiede, die über die Variantenvielfalt der Servo-Planetengetriebe hinausgehen.

Nach dem Ausschlussprinzip müssen die Abweichungen von der Sollgeometrie, also die Effekte der Kategorie 3, den größten Einfluss auf die Modulation der Prüfgetriebe besitzen. Davon soll zuerst die Unterkategorie 3a diskutiert werden. Die relevanteste Füge-technik

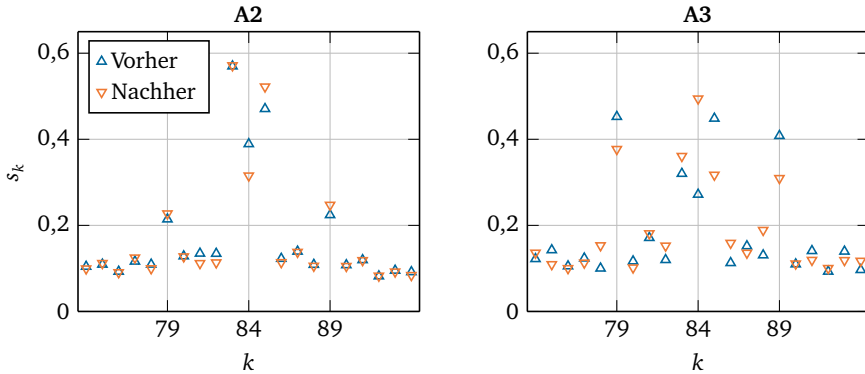


Abbildung 5.5: Einfluss der Montage.

ist das Einpressen zylindrischer Bauteile in Übermaß- oder Übergangspassungen. Wichtige Arbeitsschritte sind das Einpressen der Lager in das Gehäuse bzw. auf die Wellen, das Einpressen der Planetenwellen in den Planetenträger und das Fügen von Sonnenrad und Antriebswelle, typischerweise mit einer Pressverbindung. Zudem kommen am Gehäuse eine Reihe von Schraubverbindungen zum Einsatz. Beim Herstellen dieser Verbindungen kann es zu Abweichungen bezüglich der Konzentrität und der Koaxialität kommen. Liegt bereits eine geometrische Exzentrizität der beteiligten Bauteile vor, dann ist auch deren relative Rotation relevant. Da in allen untersuchten Planetengetrieben die Zahnräder bereits nach einer vollen Umdrehung des Planetenträgers in ihre Ausgangslage zurückkehren, ist auch die relative Rotation der Getriebeglieder zueinander bei der Montage relevant. Die genaue Lage der Bauteile zueinander nach Abschluss aller Fügevorgänge ist nur schwer zu erfassen. Eine präzise, rationelle und deshalb weit verbreitete Möglichkeit der geometrischen Prüfung ist der Einsatz von taktilen Koordinatenmessmaschinen oder spezialisierten taktilen Verzahnungsmessmaschinen. Dabei muss der Messfühler mit den relevanten Oberflächen der Bauteile in Kontakt kommen. Bei einem vollständig montierten Getriebe ist dies nicht möglich, da der Tastfühler dazu das Getriebegehäuse durchdringen müsste. Alternative, kontaktlose Verfahren wie die Computertomographie stehen im Rahmen der Untersuchung nicht zur Verfügung. Es ist außerdem fraglich, ob der geringe Kontrast zwischen den Bauteilen und die starke Absorption aufgrund der Verwendung von Eisenwerkstoffen eine ausreichend genaue Auswertung zulassen würden.

Zur Quantifizierung des Einflusses der Montage wurden deshalb die Getriebe A2 und A3 teilweise demontiert und wieder zusammengesetzt. An Getriebe A3 wurden die Abtriebswelle aus dem Gehäuse entfernt und alle Lagerschalen von den Wellen abgestreift bzw. aus dem Gehäuse entfernt. Die erneute Montage erfolgte dann so, dass die Bauteile

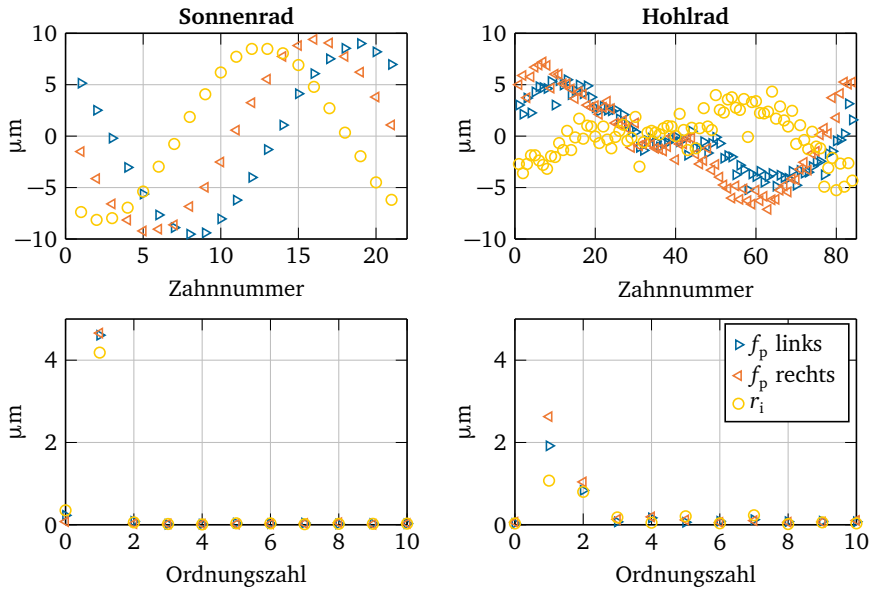


Abbildung 5.6: Exemplarische Geometrieabweichungen des Prüfgetriebes A1.

in abweichender relativer Rotation wieder gefügt wurden. Bei Getriebe A2 wurden die gleichen Schritte ausgeführt und zusätzlich die Antriebswelle in gleicher Weise entnommen und wieder eingebaut. Die Baugruppe aus Planetenrädern und Planetenträger wurde in ihrem Zustand belassen. Alle Arbeiten wurden beim Hersteller der Getriebe unter den Bedingungen der Erstmontage ausgeführt. Die Schwingungssignaturen der Getriebe jeweils vor und nach dieser Maßnahme sind in Abbildung 5.5 dargestellt. Es kommt zu deutlich erkennbaren Veränderungen der Schwingungssignaturen – ohne dass der Charakter der jeweiligen Modulation vollständig verloren gehen würde. Interessanterweise entstehen an Getriebe A3 größere Änderungen, obwohl der Umfang der remontierte Teile dort geringer ist. Es sind dabei sowohl an der antriebssynchronen als auch an der abtriebssynchronen Modulation Änderungen zu beobachten. Auch der unmodulierte Anteil der Schwingungen weist deutliche Änderungen auf. Da die genauen Änderungen an der Geometrie aufgrund der fehlenden Möglichkeiten zu Messung nicht bekannt sind, bleibt der genaue Zusammenhang zwischen den geometrischen Abweichungen infolge von Fügevorgängen unbekannt. Es ist allerdings durch den Versuch nachgewiesen, dass ein derartiger, nicht vernachlässigbarer Zusammenhang besteht.

Im nächsten Schritt soll der Einfluss der Fertigungsabweichungen der Zahnräder diskutiert werden. Für alle Zahnräder der Getriebe A1 bis A6 liegen detaillierte Messergebnisse vor. Die Zahnräder wurden dazu mit einer Verzahnungsmessmaschine vom Typ Gleason 300GMS abgetastet. Dabei wurden jeweils die folgenden teilungsbezogenen Parameter nach DIN 3960⁴ bzw. DIN 3962 erfasst:

- Die Teilungs-Gesamtabweichung F_p , auch kurz als Teilungsfehler bezeichnet. Zudem liegen die Teilungs-Einzelabweichungen f_p und die davon abhängigen Teilungssprünge f_u vor. Diese Werte werden für die Links- bzw. Rechtsflanken getrennt erfasst.
- Rundlaufabweichung F_r , bzw. die Einzelwerte der Rundlaufmessungen r_i
- Zahndickenschwankung R_s

Die Teilungsfehler, Zahndickenschwankungen und Rundlaufabweichung sind in der Regel hochgradig korreliert. Abbildung 5.6 zeigt einen Teil der Messergebnisse für das Getriebe A1. Die Werte sind einerseits über den einzelnen Zähnen aufgetragen und zudem als Ordnungszerlegung dargestellt. Auch wenn die Abweichungen des Sonnenrads und des Hohlrads eine ähnliche Größenordnung aufweisen, ergeben sich deutliche Unterschiede. Die Abweichungen des Sonnenrads stammen aus einer einzelnen Ordnung, während sich die des Hohlrads aus mehreren harmonischen Anteilen zusammensetzen. Dies liegt darin begründet, dass für Innen- bzw. Außenverzahnungen verschiedene Fertigungsverfahren zum Einsatz kommen.

Darüber hinaus wurden einige Zähne pro Zahnrad linienförmig in Profil- und Flankenrichtung abgetastet. Dabei wurden die folgenden Größen bestimmt:

- Profil-Formabweichung $f_{f\alpha}$
- Profil-Winkelabweichung $f_{H\alpha}$
- Flankenlinien-Formabweichung $f_{f\beta}$
- Flankenlinien-Winkelabweichung $f_{H\beta}$

Es sind somit eine Reihe von möglichen Beziehungen zwischen den einzelnen Modulationen und den Fertigungsabweichungen denkbar. Abbildung 5.7 visualisiert einen möglichen Zusammenhang zwischen dem Rundlauffehler des Sonnenrads und der antriebsseitigen Modulation. Es lässt sich jedoch kein eindeutiger Zusammenhang erkennen. Ohne den Datenpunkt bei einem Rundlauffehler von 11 μm ließe sich eine steigende Ausgleichsgerade

⁴DIN 3960 ist seit März 2018 ersetzt durch DIN ISO 1328, wobei eine Übergangsfrist bis 2020 vorgesehen ist. Die vorliegende Arbeit orientiert sich maßgeblich an der aktuellen Norm DIN ISO 1328, wobei die Unterschiede zwischen den Normen aus der Perspektive dieser Arbeit marginal sind.

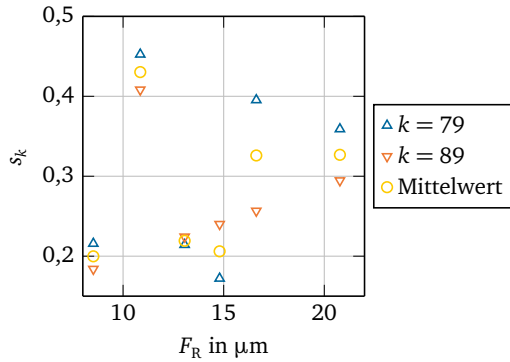


Abbildung 5.7: Antriebssynchrone Modulation in Abhängigkeit des Rundlauffehlers des Sonnenrads.

denken. Hieran lässt sich erkennen, dass eine Stichprobe von sechs gleichartigen Getrieben nicht ausreicht, um fundierte Schlüsse zu ziehen. Bereits ein einzelner Datenpunkt kann die Interpretation der unterstellten Beziehungen zu stark beeinflussen. Auf eine Analyse der Beziehungen zwischen den Fertigungsabweichungen und der beobachteten Modulation anhand der vorliegenden Messdaten muss daher verzichtet werden. Es lässt sich aber zumindest ausschließen, dass eine der genannten Abweichung als alleinige Ursache der Modulation in Frage kommt.

Trotz des geringen Stichprobenumfangs lassen sich eine Reihe von Schlussfolgerungen ziehen:

- Die Modulation, ausgedrückt als Schwingungssignatur, ist spezifisch für die jeweiligen Prüfgetriebe.
- Die Schwingungssignatur kann in einen unmodulierten, einen antriebs- und einen abtriebssynchron modulierten Anteil aufgeteilt werden. Weitere Anteile spielen keine signifikante Rolle. Es müssen allerdings nicht alle Anteile für jedes Getriebe präsent sein.
- Die existierende Literatur beschreibt dies nicht und die dort zu findenden Theorien passen nicht zu den Modulationen der untersuchten Getriebe.
- Die Modulation wird sowohl durch Abweichungen infolge der Montage als auch durch Fertigungsabweichungen der einzelnen Bauteile beeinflusst. Hierbei wird die Orientierung der Fertigungsabweichungen zueinander erst mit dem Abschluss der Montage festgelegt.

-
- Der Zusammenhang ist nicht monokausal und es existiert auch kein Faktor, dessen Einfluss die Modulation zu einem großen Teil erklären kann.



6 Numerische Simulation

Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchung zeigen einige interessante Zusammenhänge, bleiben aber insgesamt unbefriedigend, weil viele Abhängigkeiten nicht eindeutig erkennbar sind. Der Umfang untersuchter Geometrien ist zu gering, um mit statistischen Methoden Zusammenhänge aufzudecken. An dieser Stelle bietet eine numerische Simulation die Möglichkeit, eine weitaus größere Anzahl von Getrieben darzustellen. Die erheblichen Kosten und der experimentelle Aufwand werden so umgangen und gegen einen Bedarf an – ebenfalls begrenzter – Rechen- und Entwicklungszeit ersetzt. Da die entwickelte Methode der Schwingungssignatur einen großen Umfang an verschiedenen Betriebspunkten erfordert, wird schnell klar, dass der Detaillierungsgrad des anzustrebenden Modells begrenzt ist. Gerade die auf Finite-Element-Rechnungen basierenden Modelle der Literatur sind mit den gegebenen Ressourcen nicht im nötigen Umfang nutzbar, weil die zur Verfügung stehende Rechenkapazität nur die Simulation weniger Betriebspunkte ermöglicht. Aufgrund des geringeren Detailgrades und der inhärenten Sensitivität der Schwingungsanregung wird es nicht möglich sein, Simulation und Messung exakt in Einklang zu bringen. Das Ziel der numerischen Simulation ist es stattdessen, den Einfluss geometrischer Abweichungen auf die Schwingungssignatur zu untersuchen.

6.1 Simulationsmodell

Im ersten Schritt ist es nötig, eine geeignete Software-Umgebung zu wählen. Die möglichen Lösungen lassen sich in vier grobe Kategorien einteilen. Als erstes sind die Finite-Element-Pakete zu nennen, welche allerdings aufgrund ihres Ressourcenbedarfs ausscheiden. Neben diesen stehen spezialisierte Lösungen wie etwa Romax¹ zur Verfügung. Romax stellt eine ausgereifte Lösung zur Getrieberechnung dar und enthält ein Modul zur Anregungsberechnung von Planetengetrieben. Eine Evaluation der Software war allerdings nicht erfolgreich. Zunächst war das dort verwendete Modell nicht im Detail nachvollziehbar. Es existiert keine Möglichkeit, Zwischengrößen darzustellen oder gar einzelne Kräfte zu beobachten. Schwerer wiegt, dass es nicht möglich war, eine mit den Messdaten vergleichbare Modulation darzustellen. Die Verwendung der Software kann somit die Ziele der Arbeit nicht erreichen. Als dritte Möglichkeit sind Mehrkörpersimulationsumgebungen, wie z. B. Adams² zu nennen. Diese kommen grundsätzlich als Grundlage der

¹Eine Produktreihe der Romax Technology Limited aus Nottingham, UK.

²Ein Produkt der MSC Software Corporation, im Besitz der Hexagon AB.

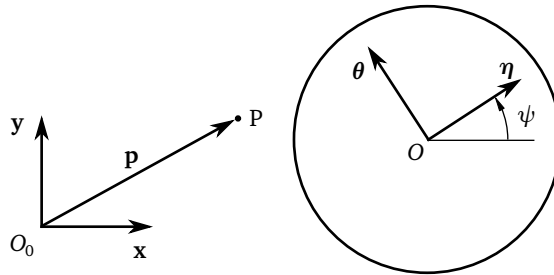


Abbildung 6.1: Allgemeines Prinzip eines Bezugssystems.

Simulation in Betracht, müssen aber nicht zwingend die beste Wahl darstellen. Alternativ kann die Simulation mit Hilfe einer allgemeinen Programmiersprache von Grund auf implementiert werden. Für eine eigenständige Implementierung sprechen die bessere Integration der Lösung in die bestehenden Analysewerkzeuge und die Nutzung effizienter Entwicklungswerkzeuge. Eine Mehrkörpersimulationsumgebung bietet hingegen eine Vielzahl, teils schwierig zu implementierender Funktionen bereits im Grundzustand ab. Eine Evaluierung der in Adams implementierten Funktionen kommt zu dem Ergebnis, dass diese erst ab einer gewissen Komplexität einen erheblichen Vorteil gegenüber einer eigenständigen Implementierung bieten. Z. B. können kinematische Zwangsbedingungen mit Werkzeugen wie Adams einfach dargestellt werden. Das angestrebte Modell enthält allerdings keine kinematische Zwangsbedingungen, da die Kontakte der Zahnflanken im Detail betrachtet werden sollen, wozu ein einfaches Gleiten oder Abrollen nicht ausreicht. Adams enthält zudem seit der Version 2016 zusätzliche Funktionen zur Simulation von Zahnradgetrieben. Diese scheinen im jetzigen Zustand allerdings nicht einsatzfähig. So war es nicht möglich, Planetengetriebe mit profilverschobenen Zahnrädern korrekt darzustellen.

Die Entscheidung fällt darauf, ein eigenes Simulationsmodell von Grund auf zu implementieren. Somit stellt sich die Frage, welche Effekte abgebildet werden sollen und welche Vereinfachungen zulässig sind. Das Modell betrachtet ausschließlich Bewegungen in der Ebene, da die untersuchten Getriebe, mit Ausnahme von Getriebetyp F, eine Geradverzahnung aufweisen. Daher ist nicht mit signifikanten Kräften oder Bewegungen in axialer Richtung zu rechnen. Eine zweidimensionale Betrachtung kann keine Schiefstellung von Achsen abbilden. Das kann für Fragestellungen im Bereich der Tragfähigkeit signifikant sein; für Schwingungsuntersuchungen liegen hingegen keine zwingenden Gründe gegen ein ebenes Modell vor. Insgesamt reduziert eine ebene Betrachtung den Aufwand gegenüber einer räumlichen Simulation erheblich, ohne dabei signifikante Effekte zu vernachlässigen. Eine weitere wichtige Entscheidung liegt darin, ob das Modell die beteiligten

Körper bezüglich ihres dynamischen Verhaltens als starr oder flexibel abbildet. In beiden Fällen müssen die Verformungen der realen Zahnräder unter Last dargestellt werden. Ein Modell auf Basis flexibler Körper betrachtet jedes Glied des Getriebes als kontinuierliches, schwingungsfähiges Teilsystem und verwendet typischerweise eine Finite-Element-Diskretisierung. Verformungen und elastische Kräfte sind dann unmittelbar gekoppelt. Im Falle eines Starrkörpermodells wird hingegen unterstellt, dass alle Einzelmassen eines Körpers in dessen körperfesten geometrischen Bezugssystem unverschieblich sind. Die elastischen Kräfte werden ausschließlich anhand der Bewegung der Bezugssysteme zueinander modelliert. Diese Trennung zwischen elastischen und dynamischen Phänomenen vereinfacht das Modell und ermöglicht es, für beide Bereiche einen unterschiedlichen Detaillierungsgrad zu verwenden. Wie in Abschnitt 5.2 festgestellt, können die Körper des Modell in Bezug auf deren Dynamik als starr betrachtet werden, ohne dass der Modulationsmechanismus behindert wird. Der Ablauf der einzelnen Simulationen orientiert sich an dem des Versuchs: Bei konstanter Eingangsdrehzahl und konstantem Lastmoment werden die resultierenden Schwingungen aufgezeichnet. Eingangsdrehzahl und Lastmoment sind dabei anhand eines Versuchsplans definiert. Mit diesen Festlegungen kann das Modell in mathematischer Beschreibung ausformuliert werden.

6.1.1 Bezugssysteme

Alle im Folgenden eingeführten Punkte lassen sich in beliebigen geometrischen Bezugssystemen³ abbilden. Eine geeignete Wahl der Bezugssysteme ist allerdings entscheidend für eine verständliche Formulierung der Bewegungsgleichungen. So ist jedem Körper sinnvollerweise ein eigenes Bezugssystem zuzuordnen, welches sich mit ihm bewegt. Um die einzelnen mathematischen Entitäten des Modells zueinander in Bezug zu setzen, ist ein gemeinsames globales Bezugssystem nötig. Hierzu wird ein inertiales Bezugssystem gewählt. Dieses zeichnet sich dadurch aus, dass es nicht beschleunigt ist und zudem keine Winkelgeschwindigkeit aufweist. Es ist möglich, unterschiedliche inertielle Bezugssysteme zu definieren, die verschiedene Ursprünge besitzen oder auch eine gegenseitige Relativgeschwindigkeit aufweisen. In diesem Fall ist das allerdings nicht zielführend. Im Folgenden wird nur ein inertiales Bezugssystem verwendet, weshalb es auch vereinfacht als *das* inertielle Bezugssystem, oder kürzer, als das Inertialsystem bezeichnet wird.

Abbildung 6.1 verdeutlicht das. Das Inertialsystem besitzt den Ursprung O_0 . Es handelt sich dabei um einen gewöhnlichen Punkt, der an einem festen Ort im Inertialsystem liegt. Das Inertialsystem verfügt zudem über die beiden Einheitsvektoren \mathbf{x} und \mathbf{y} . Jeder Vektor, z. B. der gezeigte Vektor \mathbf{p} kann als Linearkombination dieser Einheitsvektoren dargestellt werden. Der Vektor \mathbf{p} definiert dann eindeutig den Punkt P , wenn man ihn als Ortsvektor im Inertialsystem verwendet. Im Weiteren soll die Konvention gelten, dass zu

³Eine detaillierte Analyse dynamischer Bezugssysteme findet sich bei Kane und Levinson [43], deren Diskussion allerdings den Rahmen dieses Abschnitts sprengen würde.

jedem mit Großbuchstaben bezeichneten Punkt ein mit gleichem, aber fetten und kleinem Buchstaben bezeichneter Ortsvektor im Inertialsystem existiert.

Neben dem Punkt P und seinem Ortsvektor \mathbf{p} ist ein Körper als Kreis dargestellt. Er könnte z. B. ein Zahnrad abbilden. Jeder Körper des Modells besitzt ein eigenes Bezugssystem. Es ist im Allgemeinen kein inertiales Bezugssystem; es kann also eine Beschleunigung und Winkelgeschwindigkeit aufweisen. Die Lage eines Körpers in der Ebene lässt sich als Beziehung zwischen seinem Bezugssystem und dem Inertialsystem verstehen. Das Bezugssystem des Körpers besitzt den Ursprung O und die Einheitsvektoren $\boldsymbol{\eta}$ und $\boldsymbol{\theta}$. Diese sind um den Winkel ψ gegenüber dem Inertialsystem rotiert.

6.1.2 Modellierung der Getriebeglieder

Nach diesen Vorüberlegungen kann nun das Modell im Einzelnen erläutert werden. Das Modell setzt sich aus verschiedenen Einzelteilen zusammen. Diese Teile gliedern sich in die folgenden Klassen:

- Körper
- Zwangsbedingungen
- Kräfte und Momente

Wie eingangs erklärt, sind die Körper grundsätzlich als starr zu verstehen. Der geometrische Mittelpunkt ist vereinfachend identisch mit dem Schwerpunkt. Körper sind durch die Lage und Geschwindigkeit ihres Bezugssystems, ihre Masse m und ihr Massenträgheitsmoment Θ eindeutig definiert. Das Modell enthält insgesamt sechs Körper: Das Sonnenrad, den Planetenträger, das Hohlrad und drei Planetenräder.

Zwangsbedingungen bewirken Bewegungen, die unabhängig von den dynamischen und statischen Kräften des Modells sind. Im Umkehrschluss bedeutet das, dass auf zwangsbewegte Körper ein akausale Kraft wirkt, welche jederzeit genau so groß ist, dass die gewünschte Bewegung eintritt. Im Modell sind zwei Körper zwangsbewegt: Erstens rotiert das Sonnenrad mit konstanter Winkelgeschwindigkeit. Zweitens ist das Hohlrad gänzlich festgehalten. Kinematische Kopplungen zwischen Körpern sind in der gewählten Architektur nicht möglich, für das beschriebene Modell aber auch nicht nötig. Das unterscheidet diese Implementierung von allgemeinen Mehrkörpersimulationen wie Adams oder Simpack. Das Modell enthält vier verschiedene Arten von Kräften und Momenten:

- Das Lastmoment am Planetenträger,
- eine globale viskose Dämpfung,
- Lagerkräfte und

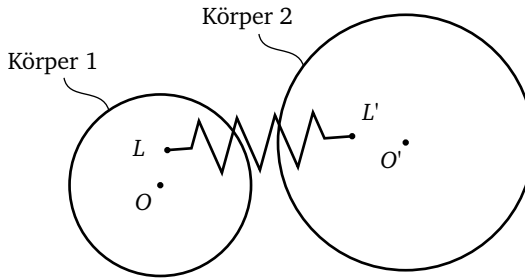


Abbildung 6.2: Lagermodell der Simulation.

- Zahnkräfte.

Das Lastmoment am Planetenträger ist konstant und ausschließlich als Moment definiert; d. h. es existiert keine Wechselwirkung zwischen der Translation des Körpers und dem angreifenden Moment. Es wirkt allerdings zuzüglich aller anderen angreifenden Momente, sodass das Gesamtmoment am Planetenträger i. A. nicht konstant ist.

Lagerkräfte sind als lineare Federelemente modelliert. Detailliertere Lagermodelle, wie etwa von Tiwari et al. [79] präsentiert, bilden eine Reihe weiterer Effekte ab, da Wälzlager ein nichtlineares Verhalten zeigen können. Da weder in der Literatur noch in den Messdaten Hinweise auf einen besonderen Einfluss der Lagerdynamik auf die beobachtete Modulation zu finden sind, enthält das verwendete Lagermodell keine nichtlinearen Effekte. Lager sind grundsätzlich als Beziehung zwischen zwei Körpern zu verstehen, wobei der zweite Körper auch die unbewegte Umgebung sein kann. Abbildung 6.2 zeigt dies bildlich. Die Lagerkraft

$$\mathbf{f}_L = k_L(\mathbf{l}' - \mathbf{l}) \quad (6.1)$$

ergibt sich aus dem Abstand der beiden Lagerpunkte L und L' bzw. der Differenz ihrer Ortsvektoren \mathbf{l} und \mathbf{l}' sowie der Lagersteifigkeit k_L . Die Lagerkraft \mathbf{f}_L greift im Punkt L am ersten Körper und, in umgekehrter Orientierung, im Punkt L' am zweiten Körper an. Dieses einfache Modell bildet die beiden wichtigsten Abweichungen vom idealen Getriebe ab: Wenn der Lagerpunkt L nicht mit dem Mittelpunkt bzw. dem Schwerpunkt O übereinstimmt, dann wird der so gelagerte Körper exzentrisch rotieren. Es kommt dann zu einer Unwucht, deren Auswirkungen für das vorliegende Modell von untergeordneter Bedeutung sind, und einer Abweichung zwischen der idealen Zahnposition und der tatsächlichen. Zudem kann das Lagermodell mittels eines Abstands zwischen dem Lagerpunkt auf dem zweiten Körper L' und dessen idealer Position eine statische Fehlstellung eines Körpers abbilden. Wie später gezeigt wird, sind dies die wichtigsten Einflussfaktoren der Modulation.

Neben den konservativen elastischen Kräften und dem eingepprägten äußeren Moment

ist ein Dämpfungsmechanismus nötig. Einmal angeregte Schwingungen würden sonst nicht abklingen und numerische Ungenauigkeiten könnten sogar zur Instabilität führen. Andererseits ist kein signifikanter Beitrag der Dämpfung zur Anregung zu erwarten. Klocke und Brecher [46] erwähnen zwar die Reibkraftumkehr im Wälzpunkt als Anregungsmechanismus; allerdings ist dieser bei unkorrigierten Verzahnungen gegenüber dem Zahneingriffstoß zu vernachlässigen. Deshalb fällt die Entscheidung auf das einfachste mögliche Dämpfungsmodell – eine globale viskose Dämpfung aller Körper: Im Schwerpunkt jedes Körpers greift eine Dämpfungskraft

$$\mathbf{f}_D = -d_T \dot{\mathbf{o}} \quad (6.2)$$

an, welche von seiner Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{o}}$ und der translatorischen Dämpfungskonstante d_T abhängt. Analog greift ein dämpfendes Moment

$$M_D = -d_R \dot{\psi} \quad (6.3)$$

an, welches von der Winkelgeschwindigkeit des Körpers $\dot{\psi}$ und der rotatorischen Dämpfungskonstante d_R abhängt.

6.1.3 Zahnkraftmodell

Die Zahnkraft ist der komplexeste Teil des Modells. Das Grundprinzip ist jedoch weniger komplex, als es zunächst erscheint. Das Modell beschreibt ausschließlich den ungestörten Zahneingriff⁴. Das bedeutet, dass sich die Zähne nur an ihren Flanken berühren. Insbesondere kommt es nicht zum Kontakt von Zahnkopf und Zahnflanke. Im Folgenden wird der Kontakt zweier außenverzahnten Zahnräder im Detail behandelt. Die Zahnkraft kann in drei übergeordneten Schritten errechnet werden. Zunächst ist festzustellen, welche Zahnpaare in Kontakt geraten können. Hierbei ist es unerheblich, ob tatsächlich ein Kontakt vorliegt, da dies für jedes Paar einzeln geprüft wird. Wichtig ist nur, dass alle potentiell aktiven Zahnpaare geprüft werden. Im zweiten Schritt kann dann jedes zu prüfende Zahnpaar im Detail betrachtet werden. Falls es zum Kontakt des Flankenpaars kommt, kann im letzten Schritt anhand der theoretischen Durchdringung der mathematisch idealen Zähne eine elastische Zahnkraft errechnet werden.

Abbildung 6.3 zeigt ein einzelnes Zahnflankenpaar des Sonnenrads und eines Planetenrads. Das erste Zahnrad besitzt einen Grundkreis, Fußkreis und Kopfkreis, welche den gemeinsamen Mittelpunkt O aufweisen. Dieser ist, wie bereits beschrieben, gleichzeitig der Schwerpunkt des Zahnrad. Das zweite Zahnrad ist analog modelliert mit dem Mittelpunkt O' . Die Evolventenlinien entspringen den Grundkreisen in den jeweiligen Ursprüngen U und U' . Deren Positionen sind in den jeweiligen Bezugssystemen der Zahnräder definiert und ergeben sich nach DIN ISO 21 771 [98] anhand der jeweiligen Zähnezahlen

⁴Der mögliche Doppelflankenkontakt, bei dem Rechts- und Linksflanken gleichzeitig im Eingriff stehen, wird in Einklang mit DIN ISO 21 771 [98] nicht als Eingriffstörung im eigentlichen Sinn verstanden.

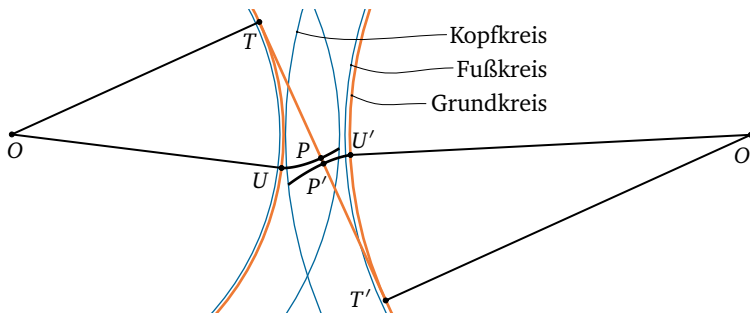


Abbildung 6.3: Zahneingriff am Außenradpaar Sonne/Planet.

und Profilverschiebungen sowie des gemeinsamen Moduls und Normaleingriffswinkels. Mit der genauen Lage der Punkte O , O' , U und U' sind die Kreisevolventen der beiden Zahnflanken eindeutig definiert. Die Zahnflanken können sich dabei ausschließlich an Punkten auf der Eingriffsstrecke gegenseitig berühren. Die Eingriffsstrecke stellt einen Abschnitt einer gemeinsamen Tangente der Grundkreise dar. Diese verläuft durch ihre beiden Berührungspunkte T und T' mit den Grundkreisen. Für jede Zahnflanke existiert somit genau ein Punkt P bzw. P' , in der sie eine andere Zahnflanke berühren könnte. Aufgrund des Prinzips der Evolventenverzahnung verläuft dann die gemeinsame Kontaktnormale entlang der Tangentenlinie genau senkrecht zur Zahnflanke in den Punkten P bzw. P' .

In der gezeichneten Lage der Zahnflanken würde es zu keinem gegenseitigen Kontakt kommen, weil die Punkte P und P' nicht zusammenfallen. Folglich könnte auch keine Zahnkraft übertragen werden. Eine ideale Berührung der Zahnflanken besteht genau dann, wenn diese beiden Punkte identisch sind. Allerdings könnte auch so keine Zahnkraft entstehen, weil die Zähne elastisch sind. Erst mit einer Verformung der Zähne kommt es zur Kraftübertragung. Die unverformten, idealen Kreisevolventen durchdringen sich dann. Das Zahnkraftmodell berechnet daher im ersten Schritt die Durchdringung der Zahnflanken, welche sich anhand des Abstands der Punkte P und P' ausdrücken lässt. Im Folgenden ist dies mathematisch ausformuliert.

Der Punkt P lässt sich anhand der Punkte U , O und T einfach berechnen. Dazu wird die Definition der Kreisevolvente herangezogen.

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= \mathbf{t} + \angle UOT \cdot \frac{\|\mathbf{u} - \mathbf{o}\|}{\frac{1}{2}d_b} \cdot \frac{\mathbf{t}' - \mathbf{t}}{\|\mathbf{t}' - \mathbf{t}\|} \\ &= \mathbf{t} + \xi \cdot \mathbf{v}_T \end{aligned} \quad (6.4)$$

Anschaulich lässt sich Gleichung (6.4) so deuten: Gehe von T aus die Länge des Grundkreisbogens UT in Richtung von T' , um zu P zu gelangen. Der von den Punkten U , O und T eingeschlossene Winkel wird auch als Wälzwinkel ξ bezeichnet und die Entfernung

von O zu U entspricht dem halben Grundkreisdurchmesser d_b . Der Einheitsvektor der Tangente in der Richtung vom ersten zum zweiten Zahnrad wird kurz als \mathbf{v}_T bezeichnet. Für das zweite Zahnrad lässt sich der Punkt P'

$$\mathbf{p}' = \mathbf{t}' - \frac{1}{2} \xi' d'_b \mathbf{v}_T \quad (6.5)$$

analog darstellen.

Anhand dieser Darstellung wird klar, dass es sich um ein eindimensionales Problem entlang der Tangentenlinie handelt. Dies ist sehr vorteilhaft, weil somit, anstatt des Euklidischen Abstands der Punkte P und P' , ein vorzeichenbehaftetes Durchdringungsmaß δ zum Einsatz kommen kann. Nur bei einer positiven Durchdringung

$$\delta = \frac{1}{2} (\xi d_b + \xi' d'_b) - \|\mathbf{t}' - \mathbf{t}\| \quad (6.6)$$

der mathematischen Evolventenlinien kann eine Kraft zwischen den Zähnen übertragen werden. Dies ist der Fall, wenn die Längen der Grundkreisbögen zusammen den Abstand der Tangentenpunkte T und T' übersteigen. Dennoch ist eine positive Durchdringung zwar notwendig zur Kraftübertragung, aber nicht hinreichend. Die idealen Evolventen sind unendlich lang, die Zähne hingegen nicht. Daher müssen, zusätzlich zu einer positiven Durchdringung, beide Punkte P und P' sich jeweils an einer Stelle befinden, an der beide Kreisevolventen realisiert sind. Der am Zahnrad realisierte Abschnitt der Evolvente befindet sich zwischen dem Fuß-Formkreis und dem Kopf-Formkreis. In der Simulation ist der Kopf-Formkreis als identisch mit dem Kopfkreis angenommen. Der Fuß-Formkreis ist mit dem Fußkreis identisch, sofern der Fußkreis größer als der Grundkreis ist. Andernfalls wird der Grundkreis als Fuß-Formkreis angenommen. Für die vorliegenden Geometrien sind allerdings allein die Kopfkreise ausschlaggebend.

Mathematisch lassen sich diese Bedingungen einfach formulieren. Sind beide Ungleichungen

$$2\|\mathbf{p} - \mathbf{o}\| < d_a \quad (6.7)$$

$$2\|\mathbf{p} - \mathbf{o}'\| < d'_a \quad (6.8)$$

erfüllt, so liegt der Punkt P im zulässigen Bereich. Hierin stellt d_a den Kopfkreisdurchmesser eines Zahnrads dar. Analog lässt sich P' prüfen. Für die Kraftübertragung eines Zahnflankenpaares müssen somit insgesamt fünf Bedingungen gleichzeitig erfüllt sein:

- Die Durchdringung δ ist positiv.
- P liegt innerhalb des Kopfkreises des ersten Zahnrads.
- P liegt innerhalb des Kopfkreises des zweiten Zahnrads.
- P' liegt innerhalb des Kopfkreises des ersten Zahnrads.

- P' liegt innerhalb des Kopfkreises des zweiten Zahnrads.

Sollten alle Bedingungen erfüllt sein, so lässt sich anhand der Durchdringung δ die Zahnkraft bestimmen. In der Realität ist die Steifigkeit des Flankenpaars progressiv, steigt also mit zunehmender Durchdringung der idealen Evolventen. Das liegt daran, dass sich die gekrümmten Zahnprofile mit zunehmender Last um den Kontaktpunkt herum abflachen. Hierzu könnte ein Hertzsches Kontaktmodell zum Einsatz kommen. Allerdings wird die Variation der gesamten Verzahnungssteifigkeit vor allem durch die wechselnde Anzahl aktiver Flankenpaare bestimmt. Daher ist in diesem Fall eine konstante Zahnsteifigkeit k_z ausreichend. Die Zahnkraft

$$\mathbf{f}_z = -k_z \delta \mathbf{v}_t \quad (6.9)$$

wirkt dann im Punkt P und, mit umgekehrter Orientierung, im Punkt P' auf das zweite Zahnrad.

Für das Kämmen der Planeten mit dem Hohlrad ergeben sich nur sehr geringe Unterschiede. Zum ersten schneiden sich hier, im Gegensatz zur Außenradpaarung, die Grundkreise. Daher existieren die inneren gemeinsamen Tangenten nicht. Stattdessen wirkt die Zahnkraft entlang einer der beiden äußeren gemeinsamen Tangenten an den Grundkreisen. Zudem sind die Bedingungen für einen Zahnkontakt etwas anzupassen. Da diese Details nicht zum tieferen Verständnis beitragen, soll auf eine Ausführung verzichtet werden.

6.1.4 Diskretisierung

Die mathematische Definition aller beteiligten Körper und Kräfte ermöglicht eine numerische Implementierung des entwickelten Modells. Dazu muss allerdings die zeitkontinuierliche Formulierung in eine diskrete Approximation überführt werden. Einen guten Überblick über die für mechanische Probleme zur Auswahl stehenden Verfahren findet sich bei Bathe [4]. In diesem Fall sind Verfahren höherer Ordnung oder implizite Verfahren weniger von Interesse. Diese bieten gegenüber einfacheren Verfahren zwar bessere Stabilitätseigenschaften, jedoch bedeutet ein stabiles numerisches Verhalten nicht zwingend, dass das jeweilige Verfahren zu einem korrekten Ergebnis kommt. Für die korrekte Abbildung des Zahneingriffs ist vor allem wichtig, dass die Zeitpunkte, zu dem die Flankenpaare erstmalig bzw. letztmalig in Kontakt kommen, zeitlich ausreichend genau aufgelöst sind. Deshalb ist eine niedrige Verfahrensordnung und eine feine zeitliche Diskretisierung zu bevorzugen. Die Auswahl fällt auf eine Diskretisierung anhand des zentralen Differenzenquotienten. Für den Schwerpunkt eines Körpers gilt somit die Iterationsvorschrift

$$\mathbf{o}^{(l+1)} = \Delta t^2 \ddot{\mathbf{o}}^{(l)} + 2\mathbf{o}^{(l)} - \mathbf{o}^{(l-1)} \quad (6.10)$$

worin $\mathbf{o}^{(l+1)}$ die Lage des Schwerpunkts im nächsten Zeitschritt bezeichnet; analog bezeichnet $\mathbf{o}^{(l)}$ die jetzige Position und $\mathbf{o}^{(l-1)}$ die des vorherigen Schritts. Die Schrittweite

Tabelle 6.1: Modellparameter der Simulation.

Glied	Parameter	Wert
Alle	Zahnsteifigkeit k_z	200 kN/mm
	Lagersteifigkeit k_L	200 kN/mm
	Dämpfung, Translation d_T	20 Ns/mm
	Dämpfung, Rotation d_R	10 Nmms
	Modul	0,6 mm
	Normaleingriffswinkel	20°
Sonne (1)	Zähnezahl Z_1	21
	Profilverschiebung	0,47
	Masse	0,027 kg
Planeten (P)	Zähnezahl Z_p	31
	Profilverschiebung	0,45
	Masse	0,074 kg
	Massenträgheitsmoment	3,7 kgmm ²
	Anzahl	3
Hohlrad (2)	Zähnezahl Z_2	−84
	Profilverschiebung	−0,8
Planetenträger (S)	Radius	16,1 mm
	Masse	0,19 kg
	Massenträgheitsmoment	24 kgmm ²

beträgt dabei Δt . Die aktuelle Beschleunigung

$$\ddot{\mathbf{o}}^{(l)} = \frac{1}{m} \left(\mathbf{f}_L^{(l)} + \mathbf{f}_D^{(l)} + \sum_j \mathbf{f}_{zj}^{(l)} \right) \quad (6.11)$$

ergibt sich aus der Masse des Körpers m und der gerade darauf wirkenden Gesamtkraft, welche sich aus der Lagerkraft $\mathbf{f}_L^{(l)}$, der Dämpfungskraft $\mathbf{f}_D^{(l)}$ und allen Zahnkräften $\mathbf{f}_{zj}^{(l)}$ zusammensetzt. Die Rotation der Körper ist analog formuliert.

6.2 Durchführung der numerischen Studie

Im nächsten Schritt kann die Simulation der Getriebedynamik durchgeführt werden. Zunächst ist eine kurze Diskussion der Modellparameter, deren Werte in Tabelle 6.1 zu finden sind, nötig. Die Modellparameter basieren auf der Geometrie des Getriebetyps A. Dabei ist

die Systemgrenze so eng wie möglich gezogen, um die Komplexität des Modells gering zu halten. Die tabellierten Werte beschreiben den Radsatz und den Planetenträger, wobei die angeschlossenen Wellen nicht Teil der Simulation sind. Die Verzahnungssteifigkeit ergibt sich nach DIN 3990-1 [97]. Hierbei ist zu bemerken, dass der genaue Wert vor allem von der Verzahnungsbreite abhängt und insbesondere der Modul keinen Einfluss besitzt, da Zahnhöhe und Zahndicke mit steigendem Modul proportional anwachsen und sich ihre Effekte auf die Zahnsteifigkeit so genau kompensieren. Deshalb sieht DIN 3990-1 eine sehr geringe Spreizung der auf die Verzahnungsbreite bezogenen Zahnsteifigkeiten vor, sodass der maximale Wert nur etwa das Doppelte des geringsten beträgt. Streng genommen ergeben sich zwei leicht unterschiedliche Werte für den Kontakt der Planetenräder mit dem Sonnenrad und dem Hohlrad. Die bereits starke Vereinfachung der Dynamik rechtfertigt allerdings nicht die Verwendung unterschiedlicher Werte.

Die Lagersteifigkeit ist hingegen mit einer weit größeren Unsicherheit behaftet. Tiwari et al. [79] zeigen, dass es sich bei Wälzlagern um nichtlineare Maschinenelemente mit einer ausgeprägten Geschwindigkeitsabhängigkeit handelt. Concli et al. [14] kommen zu dem Ergebnis, dass verschiedene Modelle zu unterschiedlichen Lagersteifigkeiten der selben Lager gelangen. Die Simulation dieser Dissertation geht daher davon aus, dass Verzahnungs- und Lagersteifigkeit identisch sind. Dies stellt eine weitere starke Vereinfachung dar; allerdings stimmen die so erhaltenen Werte größenordnungsmäßig gut mit denen von Concli et al. für ein ähnliches Getriebe gegebenen überein. Modul und Normaleingriffswinkel sind zwingend für alle Zahnräder identisch.

Durch die Betrachtung des Sonnenrads ohne seine angeschlossene Antriebswelle ergeben sich eher geringe Werte für die Masse und das Massenträgheitsmoment. Da das Sonnenrad mit der jeweils gewählten Antriebsdrehzahl, d. h. konstanter Winkelgeschwindigkeit zwangsbewegt ist, spielt das Massenträgheitsmoment keine Rolle und ist daher nicht tabelliert. Die Massen und Massenträgheitsmomente der Planeten sind hingegen mit deutlich geringerer Unsicherheit bekannt, da deren Geometrie vergleichsweise einfach ist und hier keine weiteren Wellen anschließen. Das Hohlrad ist mit der Umgebung fest verbunden, weshalb seine Trägheitseigenschaften für die Simulation ohne Bedeutung sind. Der Planetenträger stellt aufgrund seines Radius das massivste bewegte Getriebeglied dar und ist ebenfalls ohne die angeschlossene Abtriebswelle modelliert.

Neben diesen festen Parametern des Modells beschreibt ein weiterer Parametersatz die Abweichungen von der idealen Geometrie. Während für die bisher diskutierten Parameter des Modells die plausibelsten Werte fest angenommen werden, müssen die Abweichungen als variabel betrachtet werden. Die modellierten Abweichungen beschränken sich auf die Positionen der Lagerangriffspunkte auf den einzelnen Körpern⁵. Die Fertigungsabweichungen der einzelnen Zähne können im Rahmen des Modells als Variation der Evolventenursprünge U modelliert werden, was allerdings nicht zielführend ist. Wie in Abschnitt 5.3 gezeigt, sind die Rundlauf- und Teilungsfehler der realen Zahnräder nicht nur

⁵Siehe auch Abbildung 6.2 auf Seite 109 für eine bildliche Darstellung.

stark korreliert, sondern auch harmonischer Natur. Somit sind ihre Auswirkungen in der Simulation nicht von einem Rundlauffehler der Lager zu unterscheiden. Eine Aufnahme der Verzahnungsabweichungen würde zu einer redundanten Formulierung der Fertigungsabweichungen führen und die Auswertung der Simulationsergebnisse erschweren, ohne zusätzliche Erkenntnisse zu ermöglichen.

Die sechs Glieder des Getriebes nach Tabelle 6.1 sind, neben den Zahneingriffen, über fünf Lager verbunden. Drei davon entfallen auf die Lagerung der Planetenräder auf dem Planetenträger; hinzukommen das Lager des Sonnenrads und das des Planetenträgers im Gehäuse. Die Position des Hohlrads bzw. des Gehäuses lassen sich hingegen ohne Beschränkung der Allgemeinheit anhand des Ursprungs des Inertialsystem festlegen. Wie aus dem Lagermodell (6.1) hervorgeht, besitzt jedes der fünf Lager je vier Abweichungsparameter, da die Punkte L und L' mit jeweils zwei skalaren Parametern in der Ebene bestimmt sind. Somit existieren insgesamt 20 einzelne Größen, welche die Abweichungen von der idealen Geometrie beschreiben. Eine bildliche Darstellung und ausführliche Diskussion der geometrischen Abweichungen findet sich im folgenden Abschnitt.

Es stellt sich somit die Frage, welche Werte diese 20 Abweichungsparameter innerhalb der Simulation annehmen sollen. Eine Möglichkeit wäre die Verwendung eines raumfüllenden Versuchsplans, etwa analog zu dem in Abschnitt 4.3 genutzten Plan nach Crombecq et al. [17]. Die Fertigungsabweichungen realer Getriebe sind jedoch meist normalverteilt, sofern deren Fertigung keine systematischen Probleme aufweist. Daher werden im Rahmen der Simulation alle 20 Abweichungsparameter als mittelwertfrei, statistisch unabhängig und normalverteilt modelliert. Die Standardabweichung beträgt dabei 0,05 mm. Dieser Wert liegt über den gemessenen Rundlauffehlern der einzelnen Zahnräder, da die Experimente vermuten lassen, dass die Abweichungen infolge der Montage stärker ausgeprägt sind als die aufgrund der Zerspanung.

Diese Art der Modellierung hat zudem den Vorteil, dass für die Simulation mehrere Rechner parallel zum Einsatz kommen können, ohne dass eine weitere Koordinierung zwischen den Instanzen nötig ist. Die Simulation zerfällt in die Auswertung unabhängiger abweichungsbehafteter Geometrien, welche alle identischen Betriebsbedingungen ausgesetzt sind. Die Simulation eines einzelnen Getriebemodells läuft in mehreren Schritten ab. Zunächst werden die Abweichungsparameter entsprechend der gewählten Normalverteilung zufällig bestimmt. Analog zum realen Versuch kommt auch ein Versuchsplan zum Einsatz, welcher Antriebsdrehzahlen von 100/min bis 2000/min und Lastmomente von 5 Nm bis 30 Nm umfasst. Der für alle untersuchten Geometrien identische Versuchsplan besteht dabei aus 60 Betriebspunkten. Im Vergleich zu den realen Experimenten musste die maximale Antriebsdrehzahl von 6000/min auf einen Wert von 2000/min gesenkt werden, da oberhalb dieser Grenze die numerische Stabilität der Simulation nicht in jedem Fall garantiert ist.

Die Simulation jedes einzelnen Betriebspunkts umfasst stets zwei volle Umdrehungen des Planetenträgers. Davon dient die erste dazu, transiente Schwingungen aufgrund der Anfangsbedingungen abklingen zu lassen. Die Anfangsbedingungen der Positionen

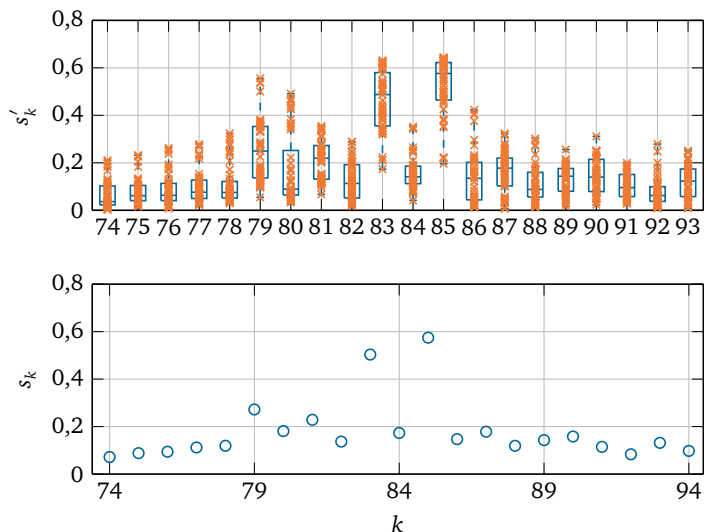


Abbildung 6.4: Ergebnisse der Simulation eines einzelnen abweichungsbehafteten Planetengetriebes.

und Geschwindigkeiten entsprechen zwar den idealen stationären Betriebsbedingungen, aber die genauen Zahneingriffsschwingungen sind vor Beginn der Simulation noch nicht bekannt, sodass hierfür ein Einschwingvorgang verbleibt. Die zweite volle Umdrehung wird mit den gleichen Methoden wie das Experiment ausgewertet. Als Schwingungssignal wird die Kraft herangezogen, welche nötig ist, das Hohlrad in seiner festen Position zu halten, weil diese auf die nicht simulierte Umgebung wirkt und sich dort als Schwingung ausbreitet. Unabhängig von der gewählten Drehzahl beträgt die zeitliche Diskretisierung $\Delta t = 1,25 \mu\text{s}$, was der Abtastrate des Versuchs von 80 kHz entspricht.

Abbildung 6.4 zeigt die Ergebnisse einer zufällig erzeugten Parameterkombination. Das obere Diagramm nutzt einen sog. Boxplot um die Einzelsignaturen, d. h. die Zeilenvektoren \mathbf{s}' der Signaturmatrix \mathbf{S} aller Betriebspunkte darzustellen. Zudem sind alle Datenpunkte zusätzlich als Kreuz dargestellt. Im unteren Diagramm ist die Schwingungssignatur \mathbf{s} analog zu der der Messungen dargestellt. Es zeigt sich ein mit den Experimenten vergleichbares Ergebnis. Wie auch dort besteht ein Grundniveau von etwa 0,1, was von keiner Komponente der Signatur signifikant unterschritten wird. Bei den Ordnungszahlen 83 und 85 ist eine ausgeprägte abtriebsseitige Modulation zu festzustellen. Auch eine antriebsseitige Modulation ist bei Ordnung 79 sichtbar, allerdings weniger stark ausge-

prägt. Der unmodulierte Anteil kann für die gewählten geometrischen Abweichungen keine signifikante Ausprägung erreichen. Die Darstellung aller Betriebspunkte im oberen Diagramm der Abbildung 6.4 zeigt allerdings, dass zu verschiedenen Betriebspunkten unterschiedliche Modulationen vorliegen. Auch dies stimmt gut mit den Ergebnissen der Experimenten überein. Diese Analyse eines einzelnen Getriebemodells ermöglicht jedoch keine präzise Aussage bezüglich der modellierten Fertigungsabweichungen, da sie sich ausschließlich auf eine einzige Kombination von geometrischen Abweichungen stützt. Um Zusammenhänge zwischen den geometrischen Abweichungen und der Modulation anhand der Schwingungssignaturen festzustellen, müssen eine Vielzahl verschiedener Geometrien untersucht werden, was Inhalt des folgenden Abschnitts ist.

6.3 Interpretation der Simulation

Es konnten innerhalb von 14 Tagen 512 verschiedene, zufällige Kombinationen geometrischer Abweichungen simuliert werden, wofür mehrere gewöhnliche Arbeitsplatzrechner zum Einsatz kamen. Wie bereits definiert sind alle Abweichungen statistisch unabhängig normalverteilt und weisen eine Standardabweichung von 0,05 mm auf. Für die folgende Diskussion ist jedoch eine genauere Analyse nötig. Abbildung 6.5 stellt die angenommenen Abweichungen in stark überzeichneter Form dar und weist ihnen zur einfachen Identifikation Nummern zu. Jede der Abweichung ist dabei ein ebener Vektor und somit anhand zweier skalarer Größen zu beschreiben. In der folgenden Auswertung ist allerdings nur deren Betrag, d. h. die Länge von Interesse, wobei die Richtung zufällig ist. Die Längen der Abweichungen sollen, entsprechend der Nummern in Abbildung 6.5 als ϵ_1 bis ϵ_{10} bezeichnet werden.

Abweichungen ϵ_1 und ϵ_2 sind dem Sonnenrad zugeordnet, wobei die erste Abweichung ϵ_1 zu einem exzentrischen Lauf des Sonnenrads führt, während die zweite Abweichung ϵ_2 eine statische, radiale Verschiebung des Sonnenrads im Gehäuse zur Folge hätte, wenn man von den Folgen der Zahnkräfte absehen würde. In gleicher Weise wirken die Abweichungen ϵ_3 und ϵ_4 auf den Planetenträger. Auch hier führt ϵ_3 zu einer Exzentrizität und ϵ_4 zu einer radialen Verschiebung des Drehpunkts. Die Abweichungen in den Lagern der Planetenräder sind analog parametrisiert, wobei sich allerdings zwei Unterschiede zum Sonnenrad und zum Planetenträger ergeben. Zum ersten Wirken auch die Abweichungen des Planetenträgers auf die Planetenräder, weil diese an ihm befestigt sind. Zum zweiten existieren hier mehrere, gleichartige Abweichungen. Um die folgende Analyse auf einen interpretierbaren Umfang zu reduzieren, sollen diese zur exzentrischen Gesamtabweichung

$$\epsilon_{\text{Pe}} = \sqrt{\epsilon_5^2 + \epsilon_6^2 + \epsilon_7^2} \quad (6.12)$$

und zur radialen Gesamtabweichung

$$\epsilon_{\text{Pr}} = \sqrt{\epsilon_8^2 + \epsilon_9^2 + \epsilon_{10}^2} \quad (6.13)$$

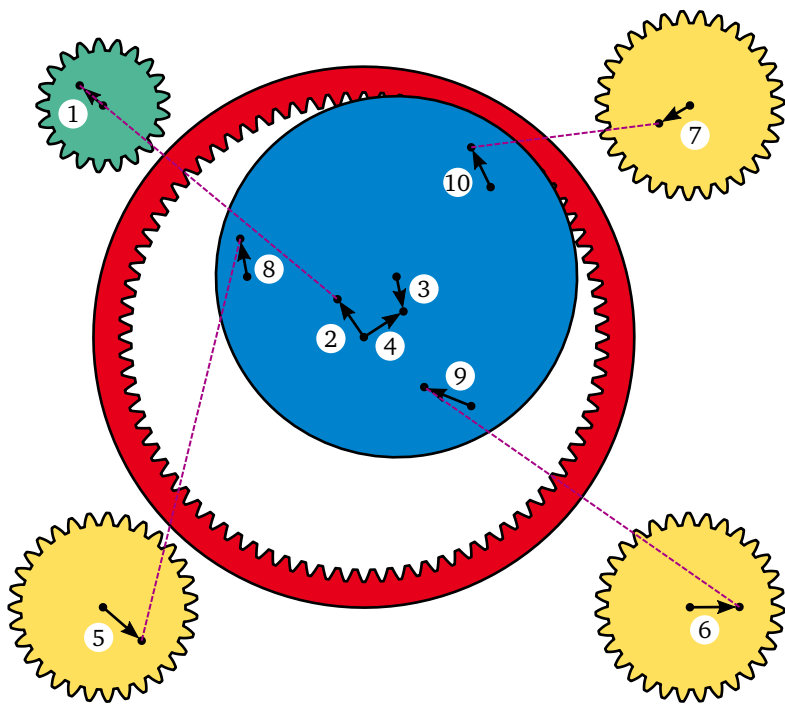


Abbildung 6.5: Stark überzeichnete Abweichungen.

zusammengefasst werden.

Tabelle 6.2 zeigt die empirischen Korrelationskoeffizienten zwischen den Abweichungen ϵ_1 bis ϵ_4 sowie ϵ_{pe} und ϵ_{pr} und der Modulation. Zusätzlich zu den Korrelationskoeffizienten ist ein Konfidenzintervall der geschätzten Werte tabelliert, welches jeweils von der tiefgestellten zur hochgestellten Zahl reicht. Die Konfidenzintervalle beziehen sich auf ein Konfidenzniveau von 95 %. Da in der Literatur zunehmend Kritik⁶ an der verbreiteten statistischen Methodik geäußert wird, soll an dieser Stelle betont werden, dass die Tabelle ein Zutreffen des Konfidenzintervalls mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % nicht zwingend, sondern nur unter Voraussetzung der zugehörigen Grundannahmen nachweist. An dieser Stelle kann aufgrund der Größe des Datensatzes von 512 untersuchten Geometrien und der vertretbaren Spreizung der Konfidenzintervalle von einer vertrauenswürdigen

⁶Siehe hierzu auch den Beitrag von Goodman [28], der einige Beispiele für eine missbräuchliche Nutzung der üblichen Methodik aufzeigt.

Tabelle 6.2: Korrelationen zwischen geometrischer Abweichung und Modulation.
Korrelationskoeffizienten und Konfidenzintervall (95 %) in Prozent.

<i>k</i>	Sonne		Planetenträger		Planeten	
	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_{Pe}	ϵ_{Pr}
77	+20 ⁺²⁸ ₊₁₂	−05 ⁺⁰⁴ _{−14}	+02 ⁺¹⁰ _{−07}	−06 ⁺⁰³ _{−15}	+49 ⁺⁵⁶ ₊₄₃	−09 ^{−01} _{−18}
78	+36 ⁺⁴⁴ ₊₂₉	+02 ⁺¹¹ _{−07}	−02 ⁺⁰⁷ _{−11}	+01 ⁺⁰⁹ _{−08}	+34 ⁺⁴² ₊₂₇	−06 ⁺⁰³ _{−14}
79	+67 ⁺⁷¹ ₊₆₂	−04 ⁺⁰⁵ _{−12}	−05 ⁺⁰⁴ _{−14}	−04 ⁺⁰⁵ _{−12}	+08 ⁺¹⁶ _{−01}	+02 ⁺¹¹ _{−06}
80	−07 ⁺⁰² _{−15}	−10 ^{−01} _{−19}	−00 ⁺⁰⁸ _{−09}	−21 ^{−13} _{−30}	+43 ⁺⁵⁰ ₊₃₆	+01 ⁺¹⁰ _{−08}
81	+32 ⁺³⁹ ₊₂₄	+04 ⁺¹³ _{−04}	−11 ^{−02} _{−19}	+24 ⁺³² ₊₁₆	+10 ⁺¹⁸ ₊₀₁	−01 ⁺⁰⁷ _{−10}
82	−17 ^{−08} _{−25}	+16 ⁺²⁴ ₊₀₇	+02 ⁺¹¹ _{−07}	+31 ⁺³⁹ ₊₂₃	+05 ⁺¹³ _{−04}	+02 ⁺¹¹ _{−07}
83	−10 ^{−01} _{−19}	−08 ⁺⁰¹ _{−17}	+05 ⁺¹³ _{−04}	−22 ^{−14} _{−30}	−17 ^{−09} _{−25}	+04 ⁺¹³ _{−04}
84	−12 ^{−04} _{−21}	+37 ⁺⁴⁴ ₊₂₉	−11 ^{−02} _{−20}	+50 ⁺⁵⁶ ₊₄₃	−24 ^{−16} _{−32}	+03 ⁺¹² _{−05}
85	−21 ^{−12} _{−29}	−18 ^{−10} _{−26}	−01 ⁺⁰⁸ _{−10}	−15 ^{−06} _{−23}	−27 ^{−18} _{−34}	−08 ⁺⁰¹ _{−16}
86	−17 ^{−08} _{−25}	+26 ⁺³⁴ ₊₁₈	+08 ⁺¹⁷ _{−00}	−02 ⁺⁰⁷ _{−11}	+08 ⁺¹⁷ _{−01}	+04 ⁺¹² _{−05}
87	+48 ⁺⁵⁵ ₊₄₁	+13 ⁺²² ₊₀₅	−05 ⁺⁰⁴ _{−13}	+17 ⁺²⁵ ₊₀₈	+10 ⁺¹⁸ ₊₀₁	+05 ⁺¹³ _{−04}
88	−01 ⁺⁰⁸ _{−09}	−03 ⁺⁰⁵ _{−12}	+10 ⁺¹⁹ ₊₀₁	−17 ^{−08} _{−25}	+44 ⁺⁵¹ ₊₃₇	+07 ⁺¹⁶ _{−02}
89	+43 ⁺⁴⁹ ₊₃₅	+02 ⁺¹¹ _{−07}	−02 ⁺⁰⁷ _{−10}	+07 ⁺¹⁵ _{−02}	+15 ⁺²³ ₊₀₆	+03 ⁺¹² _{−05}
90	+29 ⁺³⁷ ₊₂₁	+05 ⁺¹⁴ _{−04}	−06 ⁺⁰³ _{−14}	−07 ⁺⁰¹ _{−16}	+42 ⁺⁴⁹ ₊₃₄	−00 ⁺⁰⁸ _{−09}
91	+21 ⁺²⁹ ₊₁₂	+04 ⁺¹² _{−05}	+03 ⁺¹² _{−06}	−03 ⁺⁰⁵ _{−12}	+48 ⁺⁵⁵ ₊₄₁	−02 ⁺⁰⁷ _{−10}

Analyse ausgegangen werden, ohne die zugrundeliegenden statistischen Methoden im Detail zu diskutieren.

Alle Korrelationskoeffizienten sind in % angegeben, um die Lesbarkeit der Tabelle zu gewährleisten. Die Zahlen sind entsprechend der Stärke⁷ der Korrelation visuell aufbereitet. Die Einträge der Tabelle sind **farblich hervorgehoben**, falls ein Wert über 0,5 oder unter $-0,5$ im Konfidenzintervall liegt. Falls das gesamte Konfidenzintervall entweder im positiven oder negativen Wertebereich liegt, kann die zugehörige Korrelation als signifikant, wenn auch in vielen Fällen als schwach gelten. Alle schwachen Zusammenhänge sind in normaler Schrift dargestellt. Werte, für die das Konfidenzintervall die Nulllinie beinhaltet, sind hingegen **grau dargestellt**. In diesen Fällen liegt kein signifikanter Zusammenhang zwischen einer geometrischen Abweichung und der jeweiligen Komponente der Schwingungssignatur vor. Dabei ist eine wichtige Einschränkung zu beachten: Die Korrelationskoeffizienten geben ausschließlich die Stärke eines linearen Zusammenhangs an. Gerade für nicht monotone Zusammenhänge erlauben sie keine Beurteilung des Zusammenhangs der beteiligten Größen.

Die stärkste Korrelation liegt mit einem Korrelationskoeffizienten von 0,67 zwischen der Ordnung 79 (antriebssynchrone Modulation) und der Exzentrizität der Sonne ϵ_1 vor. Der Konvention nach handelt es sich um eine mittlere Korrelation. Die zweitstärkste Korrelation findet sich zwischen der Ordnung 84 (unmodulierter Anteil) und dem Versatz des Planetenträgers ϵ_4 . Korrelationen ähnlicher Stärke finden sich für einige weitere Beziehungen. Es stellt sich daher die Frage, wie diese zu interpretieren sind.

Der Einfluss der Sonnenexzentrizität ϵ_1 ist unmittelbar plausibel: Eine Erhöhung führt zu resultierenden Kräften, welche antriebssynchron umlaufen und daher mit einer antriebssynchronen Modulation in Verbindung stehen. Von Interesse ist dabei die Asymmetrie zwischen der Ordnung 79 und 89, welche gemeinsam die antriebssynchrone Modulation beschreiben. Die Ordnung 79 ist stärker mit der Exzentrizität des Sonnenlagers ϵ_1 korreliert als die Ordnung 89, welche ebenfalls signifikant positiv mit der Sonnenexzentrizität verknüpft ist. Der dargestellte Erklärungsansatz würde allerdings gleiche Werte für die Ordnungen 79 und 89 erwarten lassen. Vermutlich ist die ungleiche Ausprägung der beiden Werte darauf zurückzuführen, dass die 60 simulierten Betriebspunkte Ordnung 79 bevorzugen, da die genaue Modulation in jedem Betriebspunkt unterschiedlich ist. Unerwartet zeigt sich zudem ein gleichsinniger Zusammenhang zwischen der Sonnenexzentrizität und den Ordnungen 81 und 87. Diese entsprechen einer Modulation, welche mit der Anzahl der Planeten zusammenhängt. Zudem sind diese beiden Ordnungen der von Inalpolat und Kahraman vorhergesagten Modulation zuzuordnen.

Die Verschiebung des Sonnenlagers ϵ_2 hat hingegen einen eher geringen Einfluss auf die Ausprägung der einzelnen Ordnungen. Sie leistet einen geringen Beitrag zum unmodulierten Anteil der Schwingungen. Der Effekt ist dem der Verschiebung des Planetenträgers

⁷Starke Korrelationen liegen, der üblichen Definition nach, ab einem Betrag von 0,8 vor. Mittlere Korrelation wird als betragsmäßiger Bereich zwischen 0,5 und 0,8 verstanden. Beträge unter 0,5 werden als schwache Korrelation verstanden

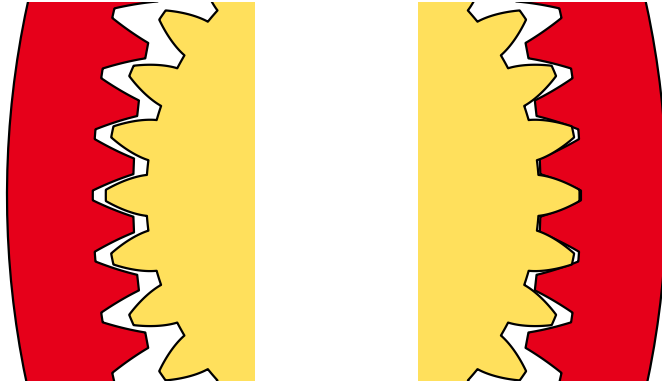


Abbildung 6.6: Folge eines verschobenen Planetenträgers: Das Flankenspiel erhöht sich auf der einen Seite (hier links), aber auf der anderen kommt es zum Doppelflankenkontakt (rechts).

ϵ_4 ähnlich, aber schwächer. Dies ist plausibel, weil beide Abweichungen zu sehr ähnlichen Verschiebungen der Getriebeglieder führen.

Die Exzentrizität des Planetenträgers ϵ_3 hat nur einen geringen Einfluss auf die Schwingungssignatur. Betrachtet man die dadurch resultierenden Kräfte, so würde man eine abtriebssynchrone Modulation erwarten. Da die dazu gehörigen Ordnungen 83 und 85 die Schwingungssignatur bereits dominieren, kann die Abweichung ϵ_3 die abtriebssynchrone Modulation nicht weiter verstärken. Das liegt in der Normierung der Schwingungssignatur⁸ begründet, wonach stets das Verhältnis der Ordnungen, nicht deren absolute Stärke betrachtet wird. Insgesamt kann geschlossen werden, dass die abtriebssynchrone Modulation für alle simulierten Geometrien deutlich ausgeprägt ist. Dies ist auch daran zu erkennen, dass Ordnungen 83 und 85 tendenziell negativ, maximal aber schwach mit allen anderen Abweichungen korreliert sind.

Die Verschiebung des Planetenträgerlagers ϵ_4 ist vor allem positiv mit der nominellen Zahneingriffsordnung korreliert. Daneben existieren weitere schwache Korrelationen. Der Zusammenhang zwischen der Verschiebung des Planetenträgers im Gehäuse ϵ_4 und dem unmodulierten Anteil der Gesamtschwingung bei der nominellen Zahneingriffsordnung $k = 84$ ist mit einem Korrelationskoeffizienten von 0,5 deutlich ausgeprägt. Eine Verschiebung des Planetenträgers führt zunächst dazu, dass sich der Achsabstand zwischen den Planetenrädern und dem Hohlrad auf der einen Seite des Getriebes erhöht und auf der anderen Seite verkleinert. Für den Achsabstand zwischen den Planetenrädern und dem Sonnenrad geschieht das Gleiche. Eine Änderung des Achsabstands hat bei korrekter

⁸ Siehe hierzu Gleichung (4.39) auf Seite 84.

Funktion einer Evolventenverzahnung geringen Einfluss auf die entstehenden Kräfte und führt lediglich zu einer unbedeutenden Änderung der Eingriffstrecke und des Überdeckungsgrades. Allerdings kommt es infolge der Verschiebung des Planetenträgers auf der einen Seite des Getriebes zu einem geringeren Flankenspiel am Hohlrad und auf der anderen Seite zu einem vermindertem Flankenspiel am Sonnenrad. Unterschreitet der Achsabstand einen kritischen Wert, so kommt es zum sog. Doppelflankenkontakt, wobei Linksflankenpaare und Rechtsflankenpaare gleichzeitig in Kontakt gelangen. Dies ist in Abbildung 6.6 visualisiert. Dadurch sind die Zahneingriffskräfte in einer Raumrichtung dauerhaft erhöht, was zu einem unmodulierten Anteil in der Schwingungssignatur führt.

Das Gesamtniveau der Exzentrizitäten der Planetenlager ϵ_{pe} ist mit dem unmodulierten Anteil und der abtriebssynchronen Modulation negativ, mit den meisten anderen Ordnungen hingegen positiv korreliert. Dies stimmt gut mit der Erwartung der Literatur überein, wonach eine unregelmäßige Anordnung der Planeten zu einer weitgehend regellosen Modulation führt. Für die Gesamtverschiebung der Planetenlager ϵ_{pr} besteht hingegen kein signifikanter Zusammenhang mit der Schwingungssignatur. Insgesamt betrachtet, sind die Abweichungen der Planetenlager in der Praxis von untergeordnetem Interesse, weil sie sich an einem gemeinsamen Bauteil befinden und somit am genauesten gefertigt werden.

Abschließend betrachtet lassen sich die praktischen Bedeutungen der einzelnen Anteile der Schwingungssignatur wie folgt bewerten:

- Die abtriebsseitige Modulation bei den Ordnungszahlen $k = Z_2 \pm 1$ ist für den Betrieb der Getriebe charakteristisch. Sie ist in jedem Fall vorhanden und ermöglicht keine Aussage über die Qualität des beobachteten Getriebes.
- Die antriebsseitige Modulation bei den Ordnungszahlen $k = Z_2 \pm i$ ist hingegen auf einen unrunder Lauf des Sonnenrads zurückzuführen.
- Der unmodulierte Anteil bei der nominellen Zahneingriffsordnung Z_2 deutet auf einen Doppelflankenkontakt aufgrund einer Verschiebung des Lagers der Abtriebswelle, in geringerer Ausprägung auch der Antriebswelle hin. Da hier die Lastverteilung zwischen den Planetenrädern nicht mehr identisch ist, weist dieser Anteil der Schwingungen auf Qualitätsprobleme hin.



7 Zusammenfassung und Ausblick

Anhand der Ergebnissen dieser Dissertation lässt sich ein abschließendes Fazit ziehen. Zunächst soll jedoch eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit folgen. Abschließend lassen sich dann Empfehlungen für mögliche weitere Forschungsaktivitäten geben.

7.1 Zusammenfassung

Ausgangspunkt dieser Arbeit sind Widersprüche zwischen verschiedenen Forschungsbeiträgen zur Modulation der Schwingungen von Planetengetrieben. Es bestehen zwei, sich widersprechende Theorien – welche allerdings jeweils experimentell belegt sind. Die Widersprüche der Literatur sind deshalb keinesfalls auf einfache Fehler zurückzuführen. Die erste Theorie wird, neben weiteren Autoren, am klarsten von Inalpolat und Kahraman [35] vertreten, die zweite von Morikawa et al. [59, 60]. Der wesentliche Unterschied dieser beiden Ansätze besteht in der angenommenen Schwingungsausbreitung. Inalpolat und Kahraman gehen davon aus, dass es zu periodischen Änderungen an parallelen Übertragungspfaden kommt, während Morikawa et al. die resultierende Kraft der einzelnen Zahneingriffe betrachten, ohne dass die Schwingungsausbreitung innerhalb der beteiligten Körper eine Rolle spielt. In der Literatur finden sich zudem weitere Aussagen über die Schwingungen von Planetengetrieben abseits der Modulation, die allerdings für diese Arbeit von untergeordneter Bedeutung sind. Insgesamt fällt auf, dass der Fokus der bestehenden Literatur meist auf Luftfahrt- oder Turbogetrieben, seltener auf Fahrzeuggetrieben liegt. Deshalb fällt bereits früh die Entscheidung, die in diesem Kontext bislang nicht wissenschaftlich erschlossenen Servo-Planetengetriebe zu untersuchen. Ausgehend von der Literatur lassen sich die drei hauptsächlichen Fragestellungen dieser Arbeit formulieren: Welche Modulation kann an marktüblichen Servogetrieben beobachtet werden, stimmt diese mit den Aussagen der Literatur überein und welche Ursachen liegen der beobachteten Modulation zugrunde?

Im ersten Schritt der Dissertation werden die experimentellen Grundlagen gelegt. Es kommt ein hierzu und zur aktiven Schwingungsminderung an Planetengetrieben aufgebauter modularer Prüfstand zum Einsatz. Insgesamt stehen sechs verschiedene Getriebetypen von drei verschiedenen Herstellern zur Auswahl. Im Verlauf der Arbeit werden die experimentellen Ergebnisse von 12 verschiedenen Prüfgetrieben präsentiert. Dabei liegt ein besonderer Schwerpunkt auf dem Getriebetyp A, für den sechs einzelne

Prüfgetriebe und umfangreiche Informationen zur Konstruktion und gemessenen Istgeometrie vorliegen. Der mechanische Aufbau des Prüfstands ist ebenfalls dokumentiert. Eine besondere Herausforderung liegt darin, die Schwingungen der Prüfgetriebe nicht durch ungewollt eingeleitete Kräfte oder Moment zu stören. Deshalb müssen die Wellenausgleichskupplungen zwischen den Lastmaschinen und den Getrieben möglichst genau zueinander ausgerichtet sein, was durch einen Verstellmechanismus und laseroptische Wellenausrichtung sichergestellt wird. Auch die Auswahl der Wellenausgleichskupplungen ist relevant. Als primäre Instrumentierung kommen Kraft-, Beschleunigungs- und Winkelsensoren zum Einsatz. Darüber hinaus stehen weitere Sensoren, wie Mikrofone und Temperatursensoren zur Verfügung. Eine Kombination von Asynchronmotor und Wirbelstrombremse ermöglicht es, die Betriebsparameter Antriebsdrehzahl und Bremsmoment frei zu wählen. Darüber hinaus wird die Getriebetemperatur mittels eines speziellen Versuchsablaufs ebenfalls eingestellt. Somit kann der Prüfstand alle relevanten Schwingungen der Prüfgetriebe bei beliebigen Betriebspunkten, d. h. Kombinationen der drei Betriebsparameter Antriebsdrehzahl, Lastmoment und Getriebetemperatur erfassen.

Die Analyse der Schwingungen verlangt nach geeigneten Methoden. Als Grundlage aller weitergehenden Untersuchungen dient dabei die Ordnungszzerlegung, welche die Schwingungssignale eines Betriebspunkts als Fourier-Reihen betrachtet. Dabei ist die freie Variable der Fourier-Reihe jedoch nicht die Zeit, sondern der Winkel des Planetenträgers. Das Verfahren zur Ordnungszzerlegung nutzt den FFT-Algorithmus und kann die vorliegenden Daten mit guter Genauigkeit auf einen Satz von Fourier-Koeffizienten reduzieren. Die Koeffizienten entsprechen den Amplituden der jeweiligen Ordnungen und lassen sich anhand der Ordnungszahl nummerieren. Es zeigt sich, dass Ordnungen mit signifikant ausgeprägter Amplitude ausschließlich bei Ordnungszahlen in der Nähe der ganzzahligen Vielfachen der Zähnezahl des Hohlrads auftreten. Der Betrag der (negativen) Zähnezahl der Hohlrads kann auch als nominelle Zahneingriffsordnung identifiziert werden.

Wie bereits aufgrund der Literatur erwartet, weisen die Schwingungen der Planetengetriebe ausgeprägte Resonanzen auf. Die Verhältnisse der einzelnen Ordnungen zueinander sind allerdings nicht konstant, sondern für jede einzelne Resonanz verschieden. Um die Schwingungen der Prüfgetriebe besser zu verstehen, wird ein lineares dynamisches Modell der Prüfgetriebe anhand der experimentellen Ergebnisse entwickelt. Die Ermittlung der Modellparameter erfolgt dabei in drei Schritten: Zunächst wird jedes Getriebe bei konstanter Last und konstanter Temperatur sowie einer Reihe von äquidistanten Eingangsdrehzahlen jeweils stationär betrieben und die entstehenden Schwingungen aufgezeichnet. Diese werden dann einer Ordnungszzerlegung unterzogen und in ein nicht-parametrisches Zwischenmodell auf der Basis Gaußscher Prozesse überführt. Aus dessen Grundlage können dann anschließend die Modellparameter geschätzt werden, welche für die Prüfgetriebe jeweils spezifisch sind. Das parametrische Modell kann die Dynamik der Prüfgetriebe mit ausreichender Genauigkeit abbilden und benötigt dafür, je nach Getriebe, zwischen 10 und 12 einzelne Eigenfrequenzen. Durch die Ordnungszzerlegung mehrerer Schwingungssignale müssen die parametrischen Modelle für jedes Getriebe 165 einzelne

Ordnungen abbilden, was die Anzahl der Modellparameter stark steigert. Vergleicht man die gefundenen Eigenfrequenzen der Prüfgetriebe A1 bis A6, so stimmen diese oft gut überein. Das zeigt, dass die lineare Modellierungsstrategie die Dynamik der Prüfgetriebe korrekt beschreibt, ohne dabei zur Überanpassung zu neigen. Trotzdem stellt die Anzahl der dazu nötigen Parameter den Nutzen des Modells zur weiteren Analyse in Frage.

Die große Anzahl an Modellparametern der linearen Modelle liegt darin begründet, dass sich die Anzahl der Ordnungen mit der Anzahl der Schwingungssignale multipliziert. Für eine sinnvolle Analyse entstehen dadurch zu viele redundante Informationen. Zudem berücksichtigt die dynamische Modellierung ausschließlich eine Variation der Antriebsdrehzahl und lässt die anderen beiden Betriebsparameter unberücksichtigt. Aus diesen Gründen ist eine einfachere Verfahren nötig, das die Daten zudem stärker aggregiert als das dynamische Modell und weiterhin alle Betriebsparameter gleichermaßen berücksichtigt. Auf Basis der gewonnenen Erkenntnisse kann somit eine Schwingungssignatur definiert werden, welche die Modulation eines Getriebes anhand weniger Zahlenwerte charakterisiert. Zur Erfassung der Schwingungssignatur kommt ein raumfüllender Versuchsplan zum Einsatz, der den dreidimensionalen Raum aus Antriebsdrehzahl, Lastmoment und Temperatur optimal sequentiell ausfüllt. Die so erhaltenen Schwingungssignale werden einer Ordnungszersetzung unterzogen, normiert und anschließend zur Schwingungssignatur aggregiert. Eine Singulärwertzerlegung der zugrunde liegenden Daten zeigt, dass die vorliegende Modulation neben einer stark ausgeprägten Signatur – wie bereits anhand des dynamischen Modells erwartet – auch abweichendes Verhalten zeigen kann. Dieses ist allerdings von untergeordneter Bedeutung.

Neben dieser allgemeinen Analyse muss sich die Definition der Schwingungssignatur einer Reihe von spezifischeren Untersuchungen stellen, um ihre Eignung nachzuweisen. Das Verfahren zeigt sich gegen signifikante Änderungen der Versuchsbedingungen und starke Änderungen der Betriebsparameter robust. Lediglich die Herabsetzung des maximalen Lastmoments zeigt eine deutliche Änderung der Signatur. Dies ist auf eine tatsächliche Änderung der Modulation zurückzuführen. Es zeigt sich, dass die definierte Signatur nicht nur robust, sondern auch spezifisch für ein bestimmtes Prüfgetriebe ist. Die Signaturen aller untersuchten Getriebe weisen Gemeinsamkeiten, aber auch Unterschiede auf. Die beobachtete Modulation lässt sich in drei Anteile aufteilen, welche für die einzelnen Getriebe unterschiedlich stark ausgeprägt, in einigen Fällen auch abwesend sind. Zunächst findet sich bei der nominellen Zahneingriffsordnung ein unmodulierter Anteil. Unmittelbar oberhalb und unterhalb liegt eine abtriebssynchrone Modulation vor. Schließlich findet sich, genau um die Getriebeübersetzung von der nominellen Zahneingriffsordnung entfernt, die antriebssynchrone Modulation. Andere Formen der Modulation sind nicht in signifikanter Ausprägung zu beobachten. Bei der Suche nach den Ursache für diese einzelnen Komponenten der Modulation zeigt sich, dass die Montage einen deutlichen Einfluss auf die Signatur aufweist. Dieser ist allerdings aufgrund der Grenzen des Experiments nicht genau zu quantifizieren. Es können auch keine klaren Korrelationen zu den Fertigungsabweichungen der Zahnräder hergestellt werden. Diese Schwierigkeiten

entstehen vor allem daraus, dass die Stichprobe mit sechs gleichartigen Prüfgetrieben zu gering ist. Im Vergleich zu den zitierten Untersuchungen stehen im Rahmen dieser Dissertation eine deutlich größere Anzahl verschiedener Prüfgetriebe zur Verfügung, ohne jedoch die Anforderungen einer statistischen Absicherung zu erfüllen. Auch die mangelhafte Erfassbarkeit von Abweichungen infolge der Montage stellt ein Hindernis dar. Da diese beiden Probleme nicht mit vertretbarem Aufwand experimentell lösbar sind, ist eine alternative Untersuchungsmethode nötig.

Die numerische Simulation vermag es, eine Vielzahl verschiedener Geometrien zu untersuchen. Hierzu wurde ein einfaches Modell des Getriebetyps A entwickelt. Wichtig ist dabei, dass die benötigte Rechenzeit eine ausreichende Menge verschiedener Einzelsimulationen zulässt. Um die Methode im Vergleich zum Experiment identisch zu halten, kommen auch bei der numerischen Simulation mehrere Kombinationen von Antriebsdrehzahl und Lastmoment zum Einsatz, was die Rechenzeitanforderungen vervielfacht. Daher kommt ein sehr einfaches Modell zum Einsatz: Die einzelnen Körper sind starr. Der Zahnkontakt und die Lager sind linear elastisch gestaltet. Das Zahnkraftmodell berücksichtigt allerdings den genauen Ort des Zahnkontakts anhand der idealen Zahnkonturen und implementiert somit implizit auch das Zahnflankenspiel. Die Fertigungsabweichungen sind als Exzentrizitäten bzw. Verschiebungen der Lagerstellen modelliert und normalverteilt. Mit diesem Abweichungsmodell werden dann insgesamt 512 verschiedene Geometrien erzeugt und ausgewertet. Bei der anschließenden Betrachtung der Korrelationen ergibt sich eine klare Bild: Die drei Anteile der Modulation sind eindeutig auf einzelne geometrische Abweichungen zurückzuführen. Von besonderem Interesse ist dabei der unmodulierte Anteil: Dieser zeigt eine Art von Eingriffsfehler an, bei der die Links- und Rechtsflanken gleichzeitig im Eingriff stehen. Insgesamt ergibt sich für Planetengetriebe im Vergleich zu Standgetrieben eine genau umgekehrte Bewertung der Modulation. Während in Standgetrieben Modulation auf ein nicht-ideales Verhalten hindeutet, zeigen in den untersuchten Planetengetrieben unmodulierte Schwingungen unerwünschtes Verhalten an. Dies liegt vor allem daran, dass im Planetengetriebe die Krafrichtungen der Kontaktkräfte im rotierenden Bezugssystem des Planetenträgers orientiert sind. Beim Übergang dieses rotierenden Bezugssystems zum feststehenden Bezugssystems des Beobachters kommt es naturgemäß zur abtriebssynchronen Modulation jeder im rotierenden Bezugssystem verbleibenden Kraft. Die antriebssynchrone Modulation ist der numerischen Analyse nach mit einem exzentrischen Lauf des Sonnenrads in Verbindung zu bringen und somit als unerwünscht zu beurteilen. Sie birgt allerdings nicht das selbe Schädigungspotential wie der unmodulierte Anteil.

Die wichtigsten Beiträge dieser Dissertation zur Erweiterung des Stands der Forschung sind in den folgenden Punkten zu sehen:

- Marktübliche Servo-Planetengetriebe zeigen eine Modulation, die nicht in der bislang bestehenden Literatur beschrieben ist.
- Zur objektiven Analyse der Modulation konnte ein einfach anzuwendendes Verfah-

ren entwickelt werden.

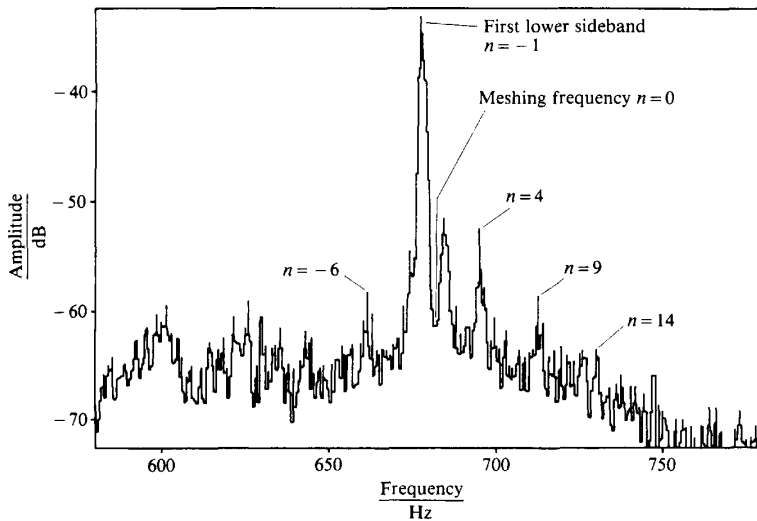
- Diese Modulation lässt sich in einen abtriebs- und antriebssynchron modulierten Anteil aufteilen. Zudem besteht ein unmodulierter Anteil.
- Die einzelnen Anteile lassen sich anhand von Abweichungen der Positionen und des Rundlaufs der Lager erklären.

7.2 Ausblick

Während die Forschungsfragen weitgehend als beantwortet anzusehen sind, ergeben sich aus den gewonnenen Erkenntnissen neue Fragen. Dabei sind in erster Linie zwei Punkte von Interesse: Die in dieser Dissertation verwendete numerische Simulation umfasst nur die nötigsten Details. Ein detaillierteres numerisches Modell könnte in der Lage sein, statt der ausschließlich qualitativen Ergebnisse auch quantitative Aussagen zu treffen. Hierzu wäre z. B. die Software LS-Dyna gut geeignet. Neben der Verfeinerung der Simulation stellt sich eine allgemeinere Frage: Wo genau gehen die in der Literatur beschriebenen Modulationen bzw. die in dieser Dissertation beobachtete Modulation ineinander über? Kann ein Planetengetriebe existieren, das gleichzeitig die von Inalpolat und Kahraman beschriebene und die in dieser Arbeit beobachtete Modulation aufweist? Ein detaillierteres numerisches Modell kann gerade auch zur Klärung dieser Fragestellung beitragen. Zudem könnten in der Simulation auch Getriebe der in der Literatur häufig betrachteten Klasse (ii) mit nicht-ganzzahliger Übersetzung untersucht werden. Letztlich muss die mögliche Anwendung der gewonnenen Erkenntnisse in der industriellen Praxis betrachtet werden. Das Potential hierzu ist prinzipiell hoch, da es bereits üblich ist, alle gefertigten Getriebe einer Funktionsprüfung zu unterziehen. Hierbei könnte ohne weitere laufende Kosten die entwickelte Auswertungsmethode zum Einsatz kommen. Im nächsten Schritt wäre dann ein Zusammenhang zwischen der Modulation der geprüften Getriebe und beispielsweise des Werkzeugverschleißes oder der Lebensdauer der Getriebe herzustellen.

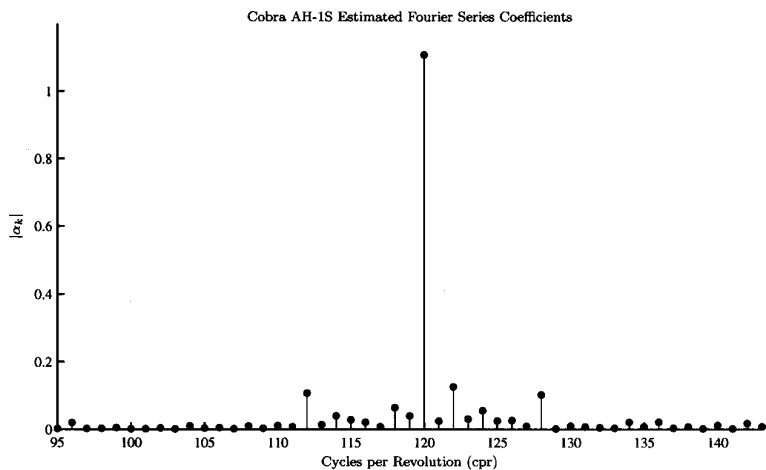


A Experimentelle Ergebnisse anderer Autoren



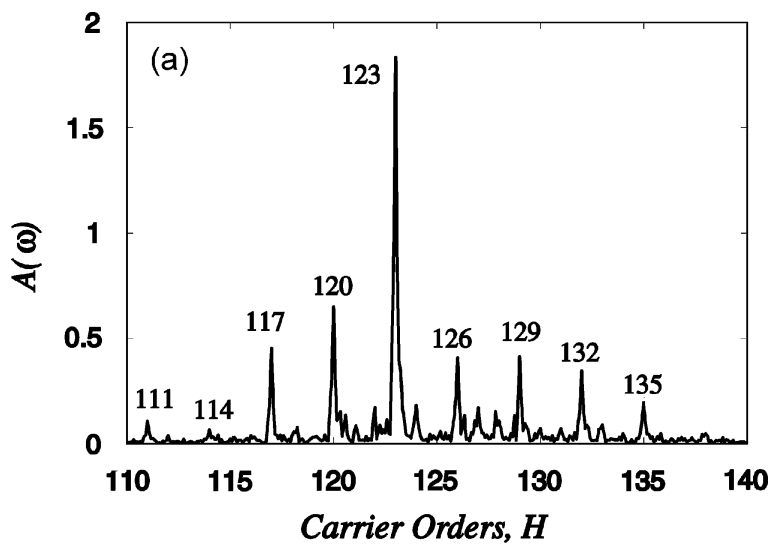
Hinweise	$k = n + 196$
Autoren	McFadden und Smith
Erscheinungsjahr	1985
System	Sea King (Helikopter)
k_{nom}	196
Anzahl der Planeten	5
Klasse nach Inalpolat und Kahraman	(ii)

Abbildung A.1: Modulation nach McFadden und Smith [57].



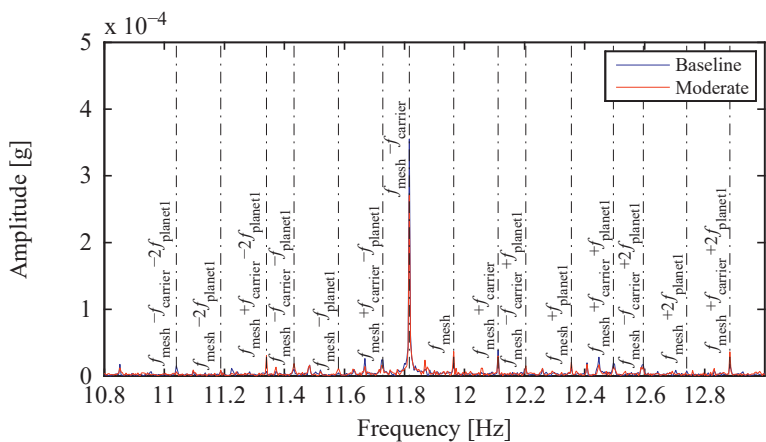
Hinweise	Abszisse identisch mit k
Autoren	McNames
Erscheinungsjahr	2001
System	Cobra AH-1S (Helikopter)
k_{nom}	119
Anzahl der Planeten	8
Klasse nach Inalpolat und Kahraman	(ii)

Abbildung A.2: Modulation nach McNames [58].



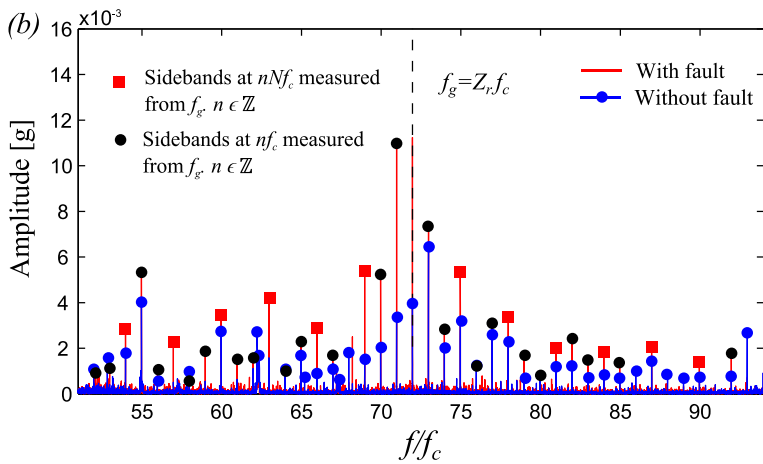
Hinweise	Abszisse identisch mit k
Autoren	Inalpolat und Kahraman
Erscheinungsjahr	2009
System	Prüfstand
k_{nom}	125
Anzahl der Planeten	3
Klasse nach Inalpolat und Kahraman	(ii)

Abbildung A.3: Modulation nach Inalpolat und Kahraman [35].



Hinweise	Signifikante Ordnung bei $k = 80$
Autoren	Feng und Zuo
Erscheinungsjahr	2012
System	Prüfstand
k_{nom}	81
Anzahl der Planeten	4
Klasse nach Inalpolat und Kahraman	(ii)

Abbildung A.4: Modulation nach Feng und Zuo [24].



Hinweise

Autoren

Erscheinungsjahr

System

k_{nom}

Anzahl der Planeten

Klasse nach Inalpolat und Kahraman (i)

Abszisse identisch mit k

Parra und Vicuña

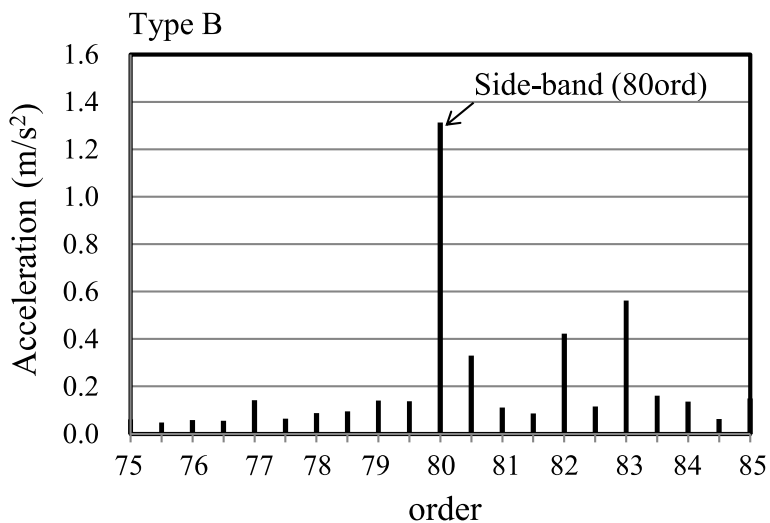
2017

Prüfstand

72

3

Abbildung A.5: Modulation nach Parra und Vicuña [67].



Hinweise

Autoren

Erscheinungsjahr

System

k_{nom}

Anzahl der Planeten

Klasse nach Inalpolat und Kahraman (i)

Abszisse identisch mit k , gestufte Planeten

Morikawa et al.

2015

Prüfstand / Nissan Motor CO., LTD.

81

3

(i)

Abbildung A.6: Modulation nach Morikawa et al. [60].

B Ergänzende Abbildungen

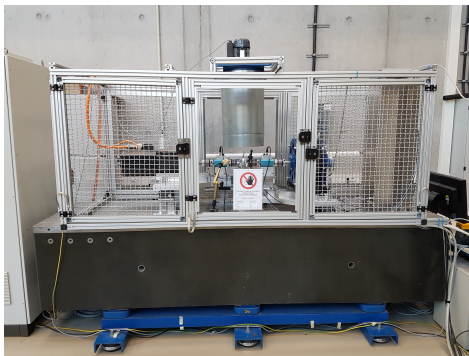


Abbildung B.1: Prüfstand in betriebsbereitem Zustand.

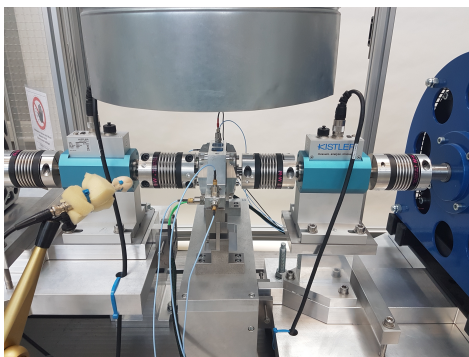


Abbildung B.2: Detailansicht des Prüfstands.

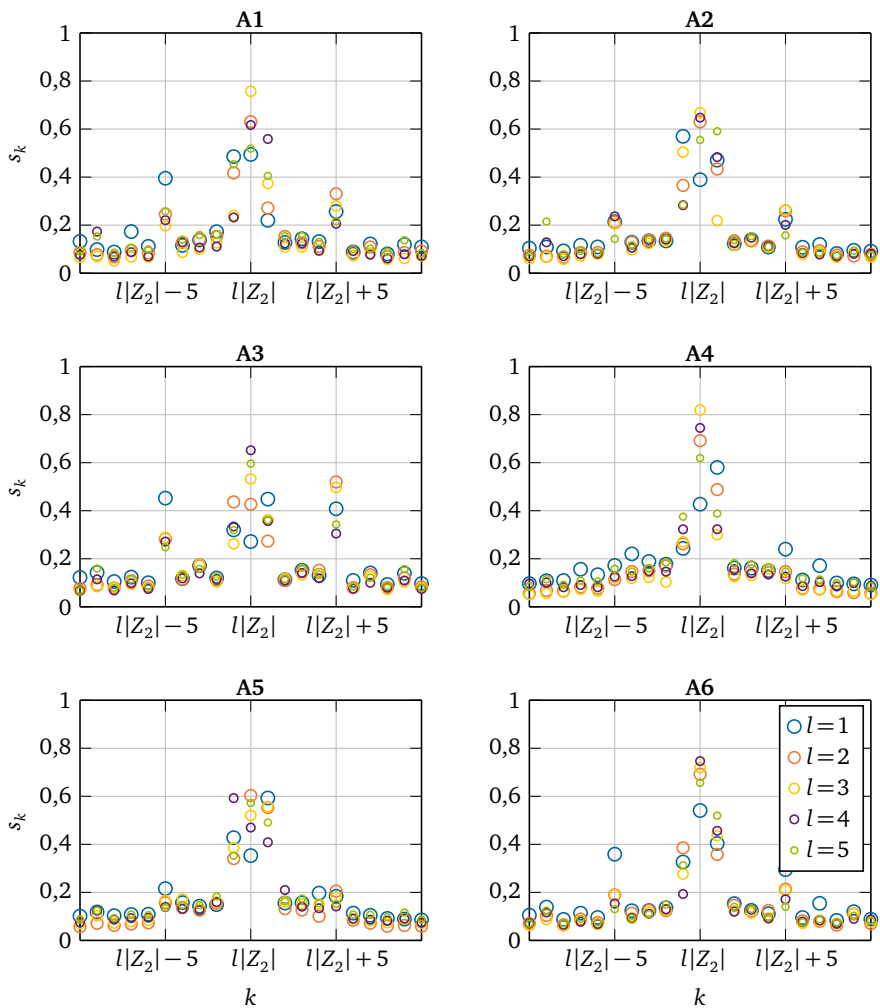


Abbildung B.3: Schwingungssignaturen der ersten fünf Ordnungsumgebungen für die Prüfgetriebe A1 bis A6.

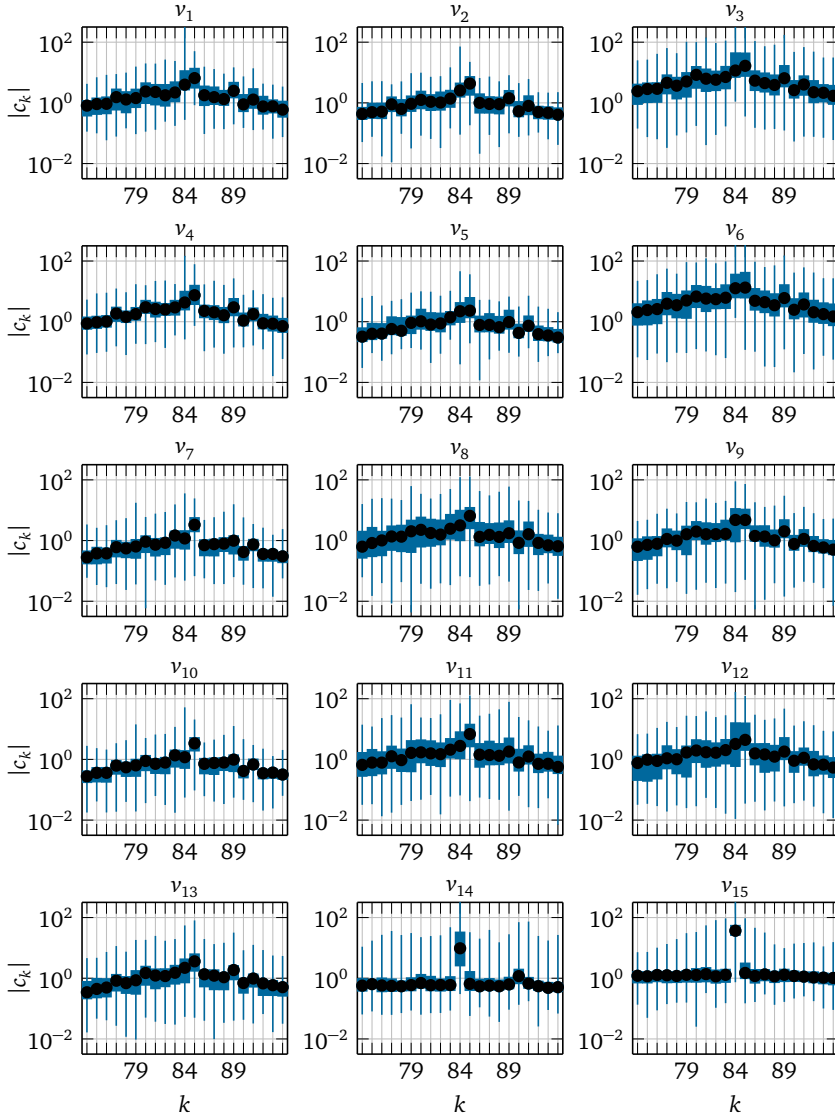


Abbildung B.4: Boxplots der Fourier-Koeffizienten aller Sensoren.

C Literaturverzeichnis

Literatur

- [1] V. Abousleiman und P. Velex. „A Hybrid 3D Finite Element/Lumped Parameter Model for Quasi-Static and Dynamic Analyses of Planetary/Epicyclic Gear Sets“. In: *Mechanism and Machine Theory* 41.6 (2006), S. 725–748. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2005.09.005.
- [2] V. K. Ambarisha und R. G. Parker. „Nonlinear Dynamics of Planetary Gears Using Analytical and Finite Element Models“. In: *Journal of Sound and Vibration* 302.3 (2007), S. 577–595. DOI: 10.1016/j.jsv.2006.11.028.
- [3] U. D. Annakkage et al. „Dynamic System Equivalents: A Survey of Available Techniques“. In: *IEEE Transactions on Power Delivery* 27.1 (2012), S. 411–420. DOI: 10.1109/TPWRD.2011.2167351.
- [4] K. J. Bathe. *Finite Element Procedures*. Boston, Mass.: Prentice Hall, 2007.
- [5] M. Berljafa und S. Güttel. „Generalized Rational Krylov Decompositions with an Application to Rational Approximation“. In: *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications* 36.2 (2015), S. 894–916. DOI: 10.1137/140998081.
- [6] M. Berljafa und S. Güttel. „The RKFIT Algorithm for Nonlinear Rational Approximation“. In: *SIAM Journal on Scientific Computing* 39.5 (2017), A2049–A2071. DOI: 10.1137/15M1025426.
- [7] D. M. Blunt und J. A. Keller. „Detection of a Fatigue Crack in a UH-60A Planet Gear Carrier Using Vibration Analysis“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 20.8 (2006), S. 2095–2111. DOI: 10.1016/j.ymssp.2006.05.010.
- [8] L. Bo und C. Sminchisescu. „Twin Gaussian Processes for Structured Prediction“. In: *International Journal of Computer Vision* 87.1-2 (2010), S. 28–52. DOI: 10.1007/s11263-008-0204-y.
- [9] R. Boloix-Tortosa et al. „Complex Gaussian Processes for Regression“. In: *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems* 29.11 (2018), S. 5499–5511. DOI: 10.1109/TNNLS.2018.2805019.
- [10] M. Botman. „Vibration Measurements on Planetary Gears of Aircraft Turbine Engines“. In: *Journal of Aircraft* 17.5 (1980), S. 351–357. DOI: 10.2514/3.57912.

-
-
- [11] R. Brincker und C. Ventura. *Introduction to Operational Modal Analysis*. West Sussex: John Wiley & Sons, 2015.
- [12] K. Button. „High Gear“. In: *Aerospace America* 56.9 (2018), S. 22–29.
- [13] F. Chaari et al. „Influence of Manufacturing Errors on the Dynamic Behavior of Planetary Gears“. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 27.7 (2006), S. 738–746. DOI: 10.1007/s00170-004-2240-2.
- [14] F. Concli et al. „A Mixed FEM and Lumped-Parameter Dynamic Model for Evaluating the Modal Properties of Planetary Gearboxes“. In: *Journal of Mechanical Science and Technology* 32.7 (2018), S. 3047–3056. DOI: 10.1007/s12206-018-0607-9.
- [15] C. G. Cooley und R. G. Parker. „A Review of Planetary and Epicyclic Gear Dynamics and Vibrations Research“. In: *Applied Mechanics Reviews* 66.4 (2014), S. 040804-1-040804-15. DOI: 10.1115/1.4027812.
- [16] K. Crombecq, E. Laermans und T. Dhaene. „Efficient Space-Filling and Non-Collapsing Sequential Design Strategies for Simulation-Based Modeling“. In: *European Journal of Operational Research* 214.3 (2011), S. 683–696. DOI: 10.1016/j.ejor.2011.05.032.
- [17] K. Crombecq et al. „A Novel Sequential Design Strategy for Global Surrogate Modeling“. In: *Proceedings of the 2009 Winter Simulation Conference (WSC)*. 2009, S. 731–742. DOI: 10.1109/WSC.2009.5429687.
- [18] E. Di Lorenzo et al. „Industrial Applications of Advanced Modal Identification on Operational Rotating Machineries“. In: *ISMA 2016*. Leuven, Belgium, 2016, S. 2833–2847.
- [19] E. Di Lorenzo et al. „Dynamic Characterization of Wind Turbine Gearboxes Using Order-Based Modal Analysis“. In: *ISMA 2014*. Leuven, Belgium, 2014, S. 4349–4362.
- [20] U. Ebner. „Prototyp im Test: Rolls-Royce UltraFan: Getriebe-Gigant“. In: *Flug Revue* (2017).
- [21] T. M. Ericson und R. G. Parker. „Natural Frequency Clusters in Planetary Gear Vibration“. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 135.6 (2013), S. 061002-061002–13. DOI: 10.1115/1.4023993.
- [22] T. Eritenel und R. G. Parker. „Modal Properties of Three-Dimensional Helical Planetary Gears“. In: *Journal of Sound and Vibration* 325.1 (2009), S. 397–420. DOI: 10.1016/j.jsv.2009.03.002.
- [23] D. J. Ewins. *Modal Testing: Theory, Practice, and Application*. Hoboken: Wiley, 2000.
- [24] Z. Feng und M. Zuo. „Vibration Signal Models for Fault Diagnosis of Planetary Gearboxes“. In: *Journal of Sound and Vibration* 331.22 (2012), S. 4919–4939. DOI: 10.1016/j.jsv.2012.05.039.

-
-
- [25] T. Freeth et al. „Decoding the Ancient Greek Astronomical Calculator Known as the Antikythera Mechanism“. In: *Nature* 444.7119 (2006), S. 587–591. DOI: 10.1038/nature05357.
- [26] M. Frigo und S. G. Johnson. „The Design and Implementation of FFTW3“. In: *Proceedings of the IEEE* 93.2 (2005), S. 216–231. DOI: 10.1109/JPROC.2004.840301.
- [27] G. H. Golub und C. F. V. Loan. *Matrix Computations*. fourth edition. Baltimore, Md: Johns Hopkins University Press, 2013.
- [28] S. Goodman. „A Dirty Dozen: Twelve P-Value Misconceptions“. In: *Seminars in Hematology*. Interpretation of Quantitative Research 45.3 (2008), S. 135–140. DOI: 10.1053/j.seminhematol.2008.04.003.
- [29] Q. Guo et al. „An Efficient SVD-Based Method for Image Denoising“. In: *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology* 26.5 (2016), S. 868–880. DOI: 10.1109/TCSVT.2015.2416631.
- [30] B. Gustavsen und A. Semlyen. „Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting“. In: *IEEE Transactions on Power Delivery* 14.3 (1999), S. 1052–1061. DOI: 10.1109/61.772353.
- [31] A. Hammami et al. „Dynamic Behaviour of Back to Back Planetary Gear in Run Up and Run Down Transient Regimes“. In: *Journal of Mechanics* 31.4 (2015), S. 481–491. DOI: 10.1017/jmech.2014.95.
- [32] M. K. Heider. „Schwungsverhalten von Zahnradgetrieben“. Diss. München: TU München, 2012.
- [33] W. Hendrickx und T. Dhaene. „A Discussion of “Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting”“. In: *IEEE Transactions on Power Systems* 21.1 (2006), S. 441–443. DOI: 10.1109/TPWRS.2005.860905.
- [34] W. Heylen, S. Lammens und P. Sas. *Modal Analysis Theory and Testing*. 2. ed. Leuven: Katholieke Univ. Leuven, Departement Werktuigkunde, 2007.
- [35] M. Inalpolat und A. Kahraman. „A Theoretical and Experimental Investigation of Modulation Sidebands of Planetary Gear Sets“. In: *Journal of Sound and Vibration* 323.3-5 (2009), S. 677–696. DOI: 10.1016/j.jsv.2009.01.004.
- [36] M. Inalpolat und A. Kahraman. „A Dynamic Model to Predict Modulation Sidebands of a Planetary Gear Set Having Manufacturing Errors“. In: *Journal of Sound and Vibration* 329.4 (2010), S. 371–393. DOI: 10.1016/j.jsv.2009.09.022.
- [37] R. Isermann. *Fault-Diagnosis Systems: An Introduction from Fault Detection to Fault Tolerance*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. DOI: 10.1007/3-540-30368-5.
- [38] R. Isermann. *Identifikation dynamischer Systeme 1: Grundlegende Methoden*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1992.

-
- [39] K. Janssens et al. „Order-Based Resonance Identification Using Operational poly-MAX“. In: *Proceedings of 24th IMAC Conference on Structural Dynamics*. St Louis, Missouri, USA, 2006.
- [40] A. Kahraman. „Load Sharing Characteristics of Planetary Transmissions“. In: *Mechanism and Machine Theory* 29.8 (1994), S. 1151–1165. DOI: 10.1016/0094-114X(94)90006-X.
- [41] A. Kahraman. „Natural Modes of Planetary Gear Trains“. In: *Journal of Sound and Vibration* 173.1 (1994), S. 125–130. DOI: 10.1006/jsvi.1994.1222.
- [42] A. Kahraman. „Planetary Gear Train Dynamics“. In: *Journal of Mechanical Design* 116.3 (1994), S. 713–720. DOI: 10.1115/1.2919441.
- [43] T. R. Kane und D. A. Levinson. *Dynamics: Theory and Applications*. First Edition. New York: McGraw-Hill College, 1985.
- [44] J. Keller und P. Grabill. „Vibration Monitoring of UH-60A Main Transmission Planetary Carrier Fault“. In: *American Helicopter Society 59th Annual Forum*. Phoenix: American Helicopter Society International, 2003.
- [45] E. Kirchner. *Leistungsübertragung in Fahrzeuggetrieben: Grundlagen der Auslegung, Entwicklung und Validierung von Fahrzeuggetrieben und deren Komponenten*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2007.
- [46] F. Klocke und C. Brecher. *Zahnrad- und Getriebetechnik*. München: Hanser, 2016. DOI: 10.3139/9783446431409.
- [47] B. Kluge. „Synthese von Aktiv-Getrieben“. Diss. Darmstadt: TU Darmstadt, 2015.
- [48] F. Kurth. „Efficiency Determination and Synthesis of Complex-Compound Planetary Gear Transmissions“. Diss. München: TU München, 2012.
- [49] J. Lataire und T. Chen. „Transfer Function and Transient Estimation by Gaussian Process Regression in the Frequency Domain“. In: *Automatica* 72 (2016), S. 217–229. DOI: 10.1016/j.automatica.2016.06.009.
- [50] J. Lee et al. „Prognostics and Health Management Design for Rotary Machinery Systems—Reviews, Methodology and Applications“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 42.1 (2014), S. 314–334. DOI: 10.1016/j.ymssp.2013.06.004.
- [51] F. Levinzon. *Piezoelectric Accelerometers with Integral Electronics*. Heidelberg New York: Springer, 2014.
- [52] M. J. T. Lewis. „Gearing in the Ancient World“. In: *Endeavour* 17.3 (1993), S. 110–115. DOI: 10.1016/0160-9327(93)90099-O.
- [53] J. Lin und R. Parker. „Analytical Characterization of the Unique Properties of Planetary Gear Free Vibration“. In: *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME* 121.3 (1999), S. 316–321. DOI: 10.1115/1.2893982.

-
- [54] H. Linke. *Stirnradverzahnung*. 2. Aufl. München: Hanser, 2010. DOI: 10.3139/9783446433724.
- [55] F. L. Litvin und A. Fuentes. *Gear Geometry and Applied Theory by Faydor L. Litvin*. 2004. DOI: 10.1017/CBO9780511547126.
- [56] A. Mbarek et al. „Comparison of Experimental and Operational Modal Analysis on a Back to Back Planetary Gear“. In: *Mechanism and Machine Theory* 124 (2018), S. 226–247. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2018.03.005.
- [57] P. McFadden und J. Smith. „An Explanation for the Asymmetry of the Modulation Sidebands about the Tooth Meshing Frequency in Epicyclic Gear Vibration“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 199.1 (1985), S. 65–70. DOI: 10.1243/PIME_PROC_1985_199_092_02.
- [58] J. McNames. „Fourier Series Analysis of Epicyclic Gearbox Vibration“. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 124.1 (2001), S. 150–153. DOI: 10.1115/1.1403735.
- [59] K. Morikawa, K. Kumagai und R. Nishihara. „A Study on the Sideband Phenomenon of Planetary Gears“. In: *Transactions of the JSME (in Japanese)* 80.815 (2014), DSM0212–DSM0212. DOI: 10.1299/transjsme.2014dsm0212.
- [60] K. Morikawa et al. „Vibration Behaviour of Stepped Pinion Type Planetary Gears“. In: *Transactions of the JSME (in Japanese)* (2015), S. 15–00310. DOI: 10.1299/transjsme.15-00310.
- [61] H. W. Müller. *Die Umlaufgetriebe: Auslegung und vielseitige Anwendungen*. 2. Aufl. Konstruktionsbücher. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1998. DOI: 10.1007/978-3-642-58725-2.
- [62] Y. Nakatsukasa, O. Sete und L. N. Trefethen. „The AAA Algorithm for Rational Approximation“. In: *Siam Journal on Scientific Computing* 40.3 (2018), A1494–A1522. DOI: 10.1137/16M1106122.
- [63] B. Neubauer. „Lastverteilung und Anregungsverhalten in Planetengetriebesystemen“. Diss. München: TU München, 2016.
- [64] J. Neufond et al. „Whining Noise Computation of a Planetary Gear Set Induced by the Multi-Mesh Excitations“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* (2019), S. 7236–7245. DOI: 10.1177/0954406219853313.
- [65] H. Nevzat Özgüven und D. R. Houser. „Mathematical Models Used in Gear Dynamics—A Review“. In: *Journal of Sound and Vibration* 121.3 (1988), S. 383–411. DOI: 10.1016/S0022-460X(88)80365-1.

-
- [66] R. G. Parker, V. Agashe und S. M. Vijayakar. „Dynamic Response of a Planetary Gear System Using a Finite Element/Contact Mechanics Model“. In: *Journal of Mechanical Design* 122.3 (2000), S. 304–310. DOI: 10.1115/1.1286189.
- [67] J. Parra und C. Vicuña. „Two Methods for Modeling Vibrations of Planetary Gearboxes Including Faults: Comparison and Validation“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 92 (2017), S. 213–225. DOI: 10.1016/j.ymssp.2017.01.032.
- [68] R. Patrick, A. Ferri und G. Vachtsevanos. „Effect of Planetary Gear Carrier-Plate Cracks on Vibration Spectrum“. In: *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME* 134.6 (2012), S. 061001-1-061001-12. DOI: 10.1115/1.4006651.
- [69] B. Peeters et al. „The PolyMAX Frequency-Domain Method: A New Standard for Modal Parameter Estimation?“. In: *Shock and Vibration* 11.3-4 (2004), S. 395–409. DOI: 10.1155/2004/523692.
- [70] J. L. M. Peeters, D. Vandepitte und P. Sas. „Analysis of Internal Drive Train Dynamics in a Wind Turbine“. In: *Wind Energy* 9.1-2 (2006), S. 141–161. DOI: 10.1002/we.173.
- [71] R. B. Randall, M. D. Coats und W. A. Smith. „Repressing the Effects of Variable Speed Harmonic Orders in Operational Modal Analysis“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing*. Special Issue from ICEDyn 2015 79 (2016), S. 3–15. DOI: 10.1016/j.ymssp.2016.02.042.
- [72] C. E. Rasmussen und C. K. I. Williams. *Gaussian Processes for Machine Learning*. Adaptive Computation and Machine Learning. Cambridge London: The MIT Press, 2005.
- [73] E. Reynders. „System Identification Methods for (Operational) Modal Analysis: Review and Comparison“. In: *Archives of Computational Methods in Engineering* 19.1 (2012), S. 51–124. DOI: 10.1007/s11831-012-9069-x.
- [74] H. C. von Seherr-Thoss. *Die Entwicklung der Zahnrad-Technik: Zahnformen und Tragfähigkeitsberechnung*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1965.
- [75] A. Al-Shyyab und A. Kahraman. „A Non-Linear Dynamic Model for Planetary Gear Sets“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics* 221.4 (2007), S. 567–576. DOI: 10.1243/14644193JMBD92.
- [76] K. Siebertz, D. van Bebber und T. Hochkirchen. *Statistische Versuchsplanung - Design of Experiments (DoE)*. VDI-Buch. Berlin Heidelberg: Springer, 2010.
- [77] M. Stangl. „Methodik zur kinematischen und kinetischen Berechnung mehrwelliger Planeten-Koppelgetriebe“. Diss. TU München, 2007.
- [78] A. Tatar, C. W. Schwingshackl und M. I. Friswell. „Dynamic Behaviour of Three-Dimensional Planetary Geared Rotor Systems“. In: *Mechanism and Machine Theory* 134 (2019), S. 39–56. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2018.12.023.

-
-
- [79] R. Tiwari, A. W. Lees und M. I. Friswell. „Identification of Speed-Dependent Bearing Parameters“. In: *Journal of Sound and Vibration* 254.5 (2002), S. 967–986. DOI: 10.1006/jsvi.2001.4140.
- [80] T. Uehara und S. Ichikawa. „Plug-in-Hybridsystem im Toyota Prius PHV“. In: *MTZ - Motortechnische Zeitschrift* 79.2 (2018), S. 16–21. DOI: 10.1007/s35146-017-0173-1.
- [81] V. Wesselak et al. „Windkraftanlagen“. In: *Handbuch Regenerative Energietechnik*. Hrsg. von V. Wesselak et al. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2017, S. 619–716. DOI: 10.1007/978-3-662-53073-3_8.
- [82] R. Willis. *Principles of Mechanism*. London: Parker, 1841.
- [83] P. Zech. „Aktive Reduktion modulierter Zahneingriffsvibrationen von Planetengetrieben“. Diss. Darmstadt: TU Darmstadt, 2019.

Eigene Veröffentlichungen

- [84] E. C. Kessler, D. F. Plöger, P. Zech und S. Rinderknecht. „Active Vibration Control Actuator Placement for a Planetary Gearbox Based on Operational Modal Analysis“. In: *SIRM International Conference on Dynamics of Rotating Machinery*. Kopenhagen, 2019, S. 15/1–15/10.
- [85] D. F. Plöger, P. Zech und S. Rinderknecht. „Experimental Identification of High-Frequency Gear Mesh Vibrations in a Planetary Gearbox“. In: *Proceedings of ISMA2016*. Leuven, Belgium, 2016, S. 911–924.
- [86] D. F. Plöger, P. Zech und S. Rinderknecht. „Real-Time Order Tracking of Gear Mesh Vibration in High Speed Planetary Gearboxes“. In: *MATEC Web of Conferences* 148 (2018), S. 11002. DOI: 10.1051/mateconf/201814811002.
- [87] D. F. Plöger, P. Zech und S. Rinderknecht. „Vibration Signature Analysis of Commodity Planetary Gearboxes“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 119 (2019), S. 255–265. DOI: 10.1016/j.ymssp.2018.09.014.
- [88] D. F. Plöger, J. Jungblut, P. Zech und S. Rinderknecht. „Separation of Structural Response and Excitation Characteristics in Planetary Gearboxes“. In: *Proceedings of ISMA2018*. Leuven, Belgium, 2018, S. 2437–2444.
- [89] P. Zech, D. F. Plöger und S. Rinderknecht. „Active Control of Planetary Gearbox Vibration Using Phase-Exact and Narrowband Simultaneous Equations Adaptation without Explicitly Identified Secondary Path Models“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 120 (2019), S. 234–251. DOI: 10.1016/j.ymssp.2018.10.030.

-
-
- [90] P. Zech, D. F. Plöger, T. Bartel, T. Röglin und S. Rinderknecht. „Design of an Inertial Mass Actuator for Active Vibration Control of a Planetary Gearbox Using Piezoelectric Shear Actuator“. In: *Proceedings of ISMA2018 International Conference on Noise and Vibration Engineering*. 2018, S. 203–215.
- [91] P. Zech, J. Jungblut, D. F. Plöger und S. Rinderknecht. „Phase-Exact Adaptive Feedforward Control with Reduced Computational Complexity for Modulated Gear Mesh Vibration at 4.7 kHz“. In: *Proceedings of Polish-German Structured Conference on Acoustics*. Ustka, Poland, 2018.
- [92] P. Zech, D. F. Plöger, R. Kraus und S. Rinderknecht. „Piezoelektrische Inertialmasenaktoren zur aktiven Schwingungsreduktion von Zahneingriffsschwingungen im Kilohertzbereich“. In: *Smarte Strukturen und Systeme*. Tagungsband des 4SMARTS-Symposiums 21.-22. Juni 2017. Braunschweig: Shaker Verlag, 2017, S. 341–352.

Normen

- [93] *Allgemeine Begriffe und Bestimmungsgrößen für Zahnräder, Zahnradpaare und Zahnradgetriebe*. DIN 868:1976-12. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 1976. DOI: 10.31030/1077532.
- [94] *Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung*. DIN 3960:1987-03. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 1987.
- [95] *Grundlagen der Instandhaltung*. DIN 31051:2012-09. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2012.
- [96] *Planetengetriebe*. VDI 2157:2012-10. Düsseldorf: VDI-Fachbereich Getriebe und Maschinenelemente, 2012.
- [97] *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern; Einführung und allgemeine Einflußfaktoren*. DIN 3990-1:1987-12. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 1987. DOI: 10.31030/2069785.
- [98] *Zahnräder – Zylinderräder und Zylinderradpaare mit Evolventenverzahnung – Begriffe und Geometrie (ISO 21771:2007)*. DIN ISO 21771:2014-08. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2014. DOI: 10.31030/2144663.
- [99] *Zustandsüberwachung und -diagnostik von Maschinen – Allgemeine Anleitungen*. DIN ISO 17359:2018-05. Berlin: Deutsches Institut für Normung, 2018.